



[&nbsp;](#)

## SBS 6.sınıf öğrencilerine Geometriye başlangıç ;Komşu

ve Bütünler Açılar,

Ters açılar, Birbirlerine Dik doğrular, Yöndeş ,İç ters, Dış ters açılar, Üçgen, Bir üçgenin üç kenarının uzunlukları arasındaki ilişki, Kenar uzunluklarına göre üçgenleri isimlendirmek,Dik üçgen, Geniş açılı üçgen, Üçgenin iç açılarının toplamı 180 derecedir.Bir üçgenin bir dış açısı kendisine komşu olmayan iç açılarının toplamına eşittir,

Bir üçgende açılar farklı ise büyük açılar karşısındaki kenarlar daha uzundur, İkizkenar Üçgenin taban açıları eşittir, İkizkenar üçgenin bir simetri doğrusu vardır,Bir üçgenin dış açıları toplamı 360 dir, Dikdörtgen, Kare nedir?, Üçgenin alanını hesaplamak, Paralelkenarın Alanını bulalım, ...**devamını okumak için** [ [tıklayınız](#) ]

---

**Matematik Öğretmeni Kemal Türkeli(İstanbul Bahçelievler) Matematik'ten evinizde özel ders verir.0536.511 8400**

**Kemal Türkeli Tel:0212.4423040, [kemal\\_turkeli@yahoo.com](mailto:kemal_turkeli@yahoo.com)**

ONUNCU BÖLÜM

185

**PARALEL DOĞRULAR, PARALELKENARLAR**  
**ÜÇGEN VE DİK PRİZMA**

**10-1) DÜZLEMDE DOĞRULAR :**

a) Komşu ve bütünlük açsıl bölgeler :  
 Komşu ve ölçüleri toplamı  $180^\circ$ 'ye eşit olan açsıl bölgelere Komşu ve Bütünlük açsıl bölgeler denir.

Düzlem içinde birbirlerini O noktasında kesen AB ve CD doğruları çizildiğinde oluşacak komşu ve bütünlük açsıl bölgeler hangileridir?

Şunlar :

$\widehat{AOC}$  ile  $\widehat{COB}$   
 $\widehat{COB}$  ile  $\widehat{BOD}$   
 $\widehat{BOD}$  ile  $\widehat{DOA}$   
 $\widehat{DOA}$  ile  $\widehat{AOC}$

(1. Şekil)

b) Ters açsıl bölgeler :  
 "Şekil 1"deki Ters açsıl bölgeler hangileridir? Şunlar:

$\widehat{AOC}$  ile  $\widehat{BOD}$   
 $\widehat{COB}$  ile  $\widehat{DOA}$

Uyarı :  $\widehat{AOC}$  ile  $\widehat{COB}$  ve  $\widehat{COB}$  ile  $\widehat{BOD}$  komşu ve bütünlük açsıl bölgeler olduklarından;

$\widehat{AOC} + \widehat{COB} = 180^\circ$  ..... (1)  
 $\widehat{BOD} + \widehat{DOA} = 180^\circ$  ..... (2)

eşitlikleri yazılabilir. (1) ve (2) eşitlikleri karşılaştırılırsa  $\widehat{AOC} = \widehat{BOD}$  bulunur.

**Demek ki ters açsıl bölgelerin ölçüleri birbirine eşittir.**

DÜZLEMDE DOĞRULAR

Ölçüleri eşit olan iki açığa eş açılar denir. Dolayısıyla ters açılar eş açılarıdır.

$\widehat{AOC} = \widehat{BOD}$   
 $\widehat{COB} = \widehat{DOA}$

U Y G U L A M A L A R

\* Soru 1: Şekilde görülen  $\widehat{AOC}$  açsıl bölgesinin ölçüsünü bulunuz. ve sonra aşağıda verilen açsıl bölgelerin ölçülerini hesaplayınız.

a)  $\widehat{COB}$   
 b)  $\widehat{BOD}$   
 c)  $\widehat{DOA}$   
 d)  $\widehat{AOC}$  ve  $\widehat{COB}$  açsıl bölgelerinin açıortaylarını çizme işlemi yaparak çözümler. Bu açıortayları uzatınız ve bunlar arasındaki açsıl bölgelerin ölçülerini bulunuz.

(2. Şekil)

\* Çözüm 1: İletki (veya başka bir açı ölçer) ile ölçme işlemi yapılarak;

$\widehat{AOC} = 50^\circ$  bulunur.

a)  $\widehat{AOC} + \widehat{COB} = 180^\circ$  buradan toplama işleminin, ters işlemine göre;

$\widehat{COB} = 180^\circ - \widehat{AOC}$  veya  $\widehat{AOC} = 50^\circ$  konursa;  
 $\widehat{COB} = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$  bulunur.

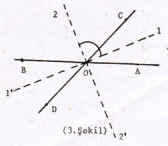
b)  $\widehat{BOD} = \widehat{AOC} = 50^\circ$   
 c)  $\widehat{DOA} = \widehat{COB} = 130^\circ$   
 d) 3. şekilde çizin yapılmıştır. Şekil üzerindeki ölçme işlemi yapılarak;

$\widehat{BOI} = \widehat{DOI} = \widehat{IOI} = \widehat{IOI} = 90^\circ$

## DÜZLEMDE DOĞRULAR

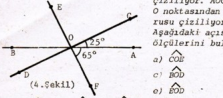
187

bulunur. Demek ki  $\widehat{AOC}$  ile  $\widehat{BOD}$  açılal bölgelerinin açıl-  
taylorının arasındaki açılal bölgelerin ölçüleri birbiri-  
ne eşit ve  $90^\circ$ 'dir.



(3.Şekil)

\* Soru 2: O noktasında birbirini kesen AB ve CD doğrulara  
çiziliyor.  $\widehat{AOC} = 25^\circ$ 'dir. Buna  
O noktasından geçen EF doğ-  
rusu çiziliyor.  $\widehat{AOE} = 65^\circ$ 'dir.  
Aşağıdaki açılal bölgelerin  
ölçülerini bulunuz.



(4.Şekil)

\* Çözüm 2: a)  $\widehat{COE}$  ile  $\widehat{BOF}$  komşu ve bütünler açılal bölgeler olduklarından;

$$\widehat{COE} + \widehat{BOF} = 180^\circ \text{ yazılabilir. Buradan top-}$$

lananın ters işleme göre;

$$\widehat{COE} = 180^\circ - \widehat{BOF} \text{ yazılır. Bu eşitlikte,}$$

$$\widehat{COE} = \widehat{COA} + \widehat{AOE} = 25^\circ + 65^\circ = 90^\circ \text{ konursa,}$$

$$\widehat{COE} = 180^\circ - 90^\circ \text{ veya}$$

$$\widehat{COE} = 90^\circ \text{ bulunur.}$$

b)  $\widehat{EOB}$  ile  $\widehat{FOA}$  ters açılal bölgeler oldukların  
dan ölçüleri birbirine eşittir.

$$\widehat{EOB} = \widehat{FOA} = 65^\circ \text{ dir.}$$

c)  $\widehat{BOD}$  ile  $\widehat{AOC}$  ters açılal bölgeler oldukların  
dan ölçüleri birbirine eşittir.

$$\widehat{BOD} = \widehat{AOC} = 25^\circ$$

d)  $\widehat{DOF}$  ile  $\widehat{COE}$  ters açılal bölgeler oldukların  
dan ölçüleri birbirine eşittir.

$$\widehat{DOF} = \widehat{COE} = 90^\circ$$

e)  $\widehat{EOB} = \widehat{BOF} + \widehat{FOA} =$

$$\widehat{EOB} = 65^\circ + 25^\circ = \widehat{EOB} = 90^\circ$$

f)  $\widehat{FOA} = \widehat{BOF} + \widehat{BOA} =$

$$\widehat{FOA} = 90^\circ + 65^\circ = \widehat{FOA} = 155^\circ$$

c) Dik Doğrular : 5. Şekil'e bakınız.  $\widehat{AOC}$  ile

$\widehat{BOD}$  komşu ve bütünler açılal böl-  
gelerinin ölçüleri birbirine eşit  
olduğu zaman AB ve CD doğrulara  
dik olduğu çıkarılır.

$\widehat{AOC} + \widehat{BOD} = 180^\circ \dots\dots\dots (3)$

$\widehat{AOC} = \widehat{BOD} \dots\dots\dots (4)$

(3) ve (4) eşitlikleri göz önüne  
alınır;

$\widehat{AOC} = \widehat{BOD} = 90^\circ \dots\dots\dots (5)$  bulunur. Demek

ki AB ve CD doğruları birbirine dik ise (5) şartı sağlan-  
ır. AB ve CD doğrularının dik olduğu şöyle gösterilir:

$$\widehat{AOC} = \widehat{BOD} = 90^\circ$$

Dik doğrulardan söz edilebildiği gibi Dik üçgen-  
ler, dik konumlu ışınlar ve dik konumlu doğru parçaları-  
ndan söz edilir.

■ Dik Işınlar : oluşturdukları açılal bölgenin ölçüsü  
90° olan ışınlar dik ışınlar denir. 6. Şekil'de birbiri-

ne dik [OA] ve [OB] ışınları gö-  
rülüyor.

$$[OA] \perp [OB]$$

■ Dik Konumlu Işınlar :

7. Şekil'de görülen [AB] ve [CD]  
ışınları birbirini kesmiyor,  
yani bunların ara kesitleri boş  
kümelerdir.

$$[AB] \cap [CD] = \emptyset$$

Fakat bu ışınların uzantıları  
birbirini O noktasında keserek  
ölçüsü 90°'ye eşit olan bir açı-  
sal bölge oluşturuyorlar. Bu ko-  
nundaki iki ışına dik konumlu ışınlar denir.

■ Dik konumlu Doğru Parçaları :

Birbirini kesmeyen [AB] ve [CD]  
doğru parçalarını taşıyan doğ-  
rular dik ise [AB] ve [CD] doğ-  
ru parçalarına dik konumlu doğ-  
ru parçaları denir. 8. Şekil'de  
dik konumlu [AB] ve [CD] doğru  
parçaları görünüyor.

$$[AB] \perp [CD]$$

■ Düzlemde üç doğru :

Birbirini O noktasında kesen  
AB, CD ve EF doğrularını çiz-  
elim. (9. Şekil'e bakınız.)

$$(AB \cap CD) \cap (EF) = \{O\}$$

yazılabilir. Bu konumda olan  
doğrular, ikiser ikiser açılal  
bölgeler oluştururlar.

$$\widehat{AOF} = 28^\circ \text{ ve } \widehat{BOD} = 34^\circ \text{ ise di-}$$

(9. Şekil)

ne dik [OA] ve [OB] ışınları gö-  
rülüyor.

$$[OA] \perp [OB]$$

■ Dik Konumlu Işınlar :

7. Şekil'de görülen [AB] ve [CD]  
ışınları birbirini kesmiyor,  
yani bunların ara kesitleri boş  
kümelerdir.

$$[AB] \cap [CD] = \emptyset$$

Fakat bu ışınların uzantıları  
birbirini O noktasında keserek  
ölçüsü 90°'ye eşit olan bir açı-  
sal bölge oluşturuyorlar. Bu ko-  
nundaki iki ışına dik konumlu ışınlar denir.

■ Dik konumlu Doğru Parçaları :

Birbirini kesmeyen [AB] ve [CD]  
doğru parçalarını taşıyan doğ-  
rular dik ise [AB] ve [CD] doğ-  
ru parçalarına dik konumlu doğ-  
ru parçaları denir. 8. Şekil'de  
dik konumlu [AB] ve [CD] doğru  
parçaları görünüyor.

$$[AB] \perp [CD]$$

■ Düzlemde üç doğru :

Birbirini O noktasında kesen  
AB, CD ve EF doğrularını çiz-  
elim. (9. Şekil'e bakınız.)

$$(AB \cap CD) \cap (EF) = \{O\}$$

yazılabilir. Bu konumda olan  
doğrular, ikiser ikiser açılal  
bölgeler oluştururlar.

$$\widehat{AOF} = 28^\circ \text{ ve } \widehat{BOD} = 34^\circ \text{ ise di-}$$

(9. Şekil)

ne dik [OA] ve [OB] ışınları gö-  
rülüyor.

$$[OA] \perp [OB]$$

■ Dik Konumlu Işınlar :

7. Şekil'de görülen [AB] ve [CD]  
ışınları birbirini kesmiyor,  
yani bunların ara kesitleri boş  
kümelerdir.

$$[AB] \cap [CD] = \emptyset$$

Fakat bu ışınların uzantıları  
birbirini O noktasında keserek  
ölçüsü 90°'ye eşit olan bir açı-  
sal bölge oluşturuyorlar. Bu ko-  
nundaki iki ışına dik konumlu ışınlar denir.

■ Dik konumlu Doğru Parçaları :

Birbirini kesmeyen [AB] ve [CD]  
doğru parçalarını taşıyan doğ-  
rular dik ise [AB] ve [CD] doğ-  
ru parçalarına dik konumlu doğ-  
ru parçaları denir. 8. Şekil'de  
dik konumlu [AB] ve [CD] doğru  
parçaları görünüyor.

$$[AB] \perp [CD]$$

■ Düzlemde üç doğru :

Birbirini O noktasında kesen  
AB, CD ve EF doğrularını çiz-  
elim. (9. Şekil'e bakınız.)

$$(AB \cap CD) \cap (EF) = \{O\}$$

yazılabilir. Bu konumda olan  
doğrular, ikiser ikiser açılal  
bölgeler oluştururlar.

$$\widehat{AOF} = 28^\circ \text{ ve } \widehat{BOD} = 34^\circ \text{ ise di-}$$

(9. Şekil)

ne dik [OA] ve [OB] ışınları gö-  
rülüyor.

$$[OA] \perp [OB]$$

■ Dik Konumlu Işınlar :

7. Şekil'de görülen [AB] ve [CD]  
ışınları birbirini kesmiyor,  
yani bunların ara kesitleri boş  
kümelerdir.

$$[AB] \cap [CD] = \emptyset$$

Fakat bu ışınların uzantıları  
birbirini O noktasında keserek  
ölçüsü 90°'ye eşit olan bir açı-  
sal bölge oluşturuyorlar. Bu ko-  
nundaki iki ışına dik konumlu ışınlar denir.

■ Dik konumlu Doğru Parçaları :

Birbirini kesmeyen [AB] ve [CD]  
doğru parçalarını taşıyan doğ-  
rular dik ise [AB] ve [CD] doğ-  
ru parçalarına dik konumlu doğ-  
ru parçaları denir. 8. Şekil'de  
dik konumlu [AB] ve [CD] doğru  
parçaları görünüyor.

$$[AB] \perp [CD]$$

■ Düzlemde üç doğru :

Birbirini O noktasında kesen  
AB, CD ve EF doğrularını çiz-  
elim. (9. Şekil'e bakınız.)

$$(AB \cap CD) \cap (EF) = \{O\}$$

yazılabilir. Bu konumda olan  
doğrular, ikiser ikiser açılal  
bölgeler oluştururlar.

$$\widehat{AOF} = 28^\circ \text{ ve } \widehat{BOD} = 34^\circ \text{ ise di-}$$

(9. Şekil)

ne dik [OA] ve [OB] ışınları gö-  
rülüyor.

$$[OA] \perp [OB]$$

■ Dik Konumlu Işınlar :

7. Şekil'de görülen [AB] ve [CD]  
ışınları birbirini kesmiyor,  
yani bunların ara kesitleri boş  
kümelerdir.

$$[AB] \cap [CD] = \emptyset$$

Fakat bu ışınların uzantıları  
birbirini O noktasında keserek  
ölçüsü 90°'ye eşit olan bir açı-  
sal bölge oluşturuyorlar. Bu ko-  
nundaki iki ışına dik konumlu ışınlar denir.

■ Dik konumlu Doğru Parçaları :

Birbirini kesmeyen [AB] ve [CD]  
doğru parçalarını taşıyan doğ-  
rular dik ise [AB] ve [CD] doğ-  
ru parçalarına dik konumlu doğ-  
ru parçaları denir. 8. Şekil'de  
dik konumlu [AB] ve [CD] doğru  
parçaları görünüyor.

$$[AB] \perp [CD]$$

■ Düzlemde üç doğru :

Birbirini O noktasında kesen  
AB, CD ve EF doğrularını çiz-  
elim. (9. Şekil'e bakınız.)

$$(AB \cap CD) \cap (EF) = \{O\}$$

yazılabilir. Bu konumda olan  
doğrular, ikiser ikiser açılal  
bölgeler oluştururlar.

$$\widehat{AOF} = 28^\circ \text{ ve } \widehat{BOD} = 34^\circ \text{ ise di-}$$

(9. Şekil)

ne dik [OA] ve [OB] ışınları gö-  
rülüyor.

$$[OA] \perp [OB]$$

■ Dik Konumlu Işınlar :

7. Şekil'de görülen [AB] ve [CD]  
ışınları birbirini kesmiyor,  
yani bunların ara kesitleri boş  
kümelerdir.

190

## DÜZLEMDE DOĞRULAR

Şer açılal bölgelelin ölçüleri nedir?

1)  $\widehat{EOB} + \widehat{AOF} = 28^\circ$  ( $\widehat{EOB}$  ile  $\widehat{AOF}$  ters açılal bölgelelin olduklarından)2)  $\widehat{COA} = \widehat{BOD} = 34^\circ$  ( $\widehat{COA}$  ile  $\widehat{BOD}$  ters açılal bölgelelin olduklarından)3)  $\widehat{COE} + \widehat{COF} = 180^\circ + \widehat{COE} = 180^\circ - \widehat{COF}$  ve  
 $\widehat{COF} = \widehat{COA} + \widehat{AOF} = 34^\circ + 28^\circ = 62^\circ$  olduğundan  
 $\widehat{COE} = 180^\circ - 62^\circ + \widehat{COE} = 118^\circ$  olur.4)  $\widehat{BOF} = \widehat{COE} = 118^\circ$  ( $\widehat{BOF}$  ile  $\widehat{COE}$  ters açılal bölgelelin olduklarından) 10. Şekil'de çizilmiş olan AB, CD ve EF doğruları birbirlerini ikiye ikiye K, P, L noktalarında kesiyorlar. Yani;AB  $\cap$  CD = {K}AB  $\cap$  EF = {L}CD  $\cap$  EF = {P} dir.

AB, CD, EF doğrularının ikiye ikiye kesiyerek düzlemde oluşturdukları PGL kapalı şekline ÜÇGEN; PGL kapalı şeklinin sınırlarını ikiye bölgeye de ÜÇGENSEL BÖLGE denir. Şekilde noktalarla belirtilmiş olan açılal bölgelelin Yöndeş Açılal Bölgelelin denir.

 $\widehat{EPD}$  ile  $\widehat{BOL}$  + İç ters açılal  
 $\widehat{EPC}$  ile  $\widehat{ALS}$  + Dış ters açılal dir.

## 10-2 ) PARALEL DOĞRULAR :

Düzlemde ikiye doğru, üçüncü bir doğru ile kesildiğinde, oluşan yöndeş açılalın ölçüleri birbirine eşitse söz konusu ikiye doğruya birbirine paraleldir denir.

11. Şekil'deki AB ve CD doğruları birbirine paraleldir.

191

## DÜZLEMDE DOĞRULAR

 $\widehat{ENB} = \widehat{DMN}$ , AB ve CD doğruları birbirlerine paralel oldukları;AB//CD şeklinde gösterilir. AB ve CD doğruları paralel oldukları zaman birbirlerini kesmeyeceklerinden, AB  $\cap$  CD =  $\emptyset$  dir.

## UYGULAMALAR

\* Soru 1: 11. Şekilde AB//CD dir.  $\widehat{MNE}$  ve  $\widehat{DMN}$  yöndeş açılalın ölçünüz ve bu açılalın birbirine eşit olduğunu gösteriniz.\* Çözüm 1: Bir açı ölçer aracılığı ile ölçme işlemi yapılarak  $\widehat{MNE} = \widehat{DMN} = 45^\circ$  bulunur. Buradan şu sonuca varıyoruz.

- 1) AB//CD ise
- $\widehat{MNE} = \widehat{DMN}$
- 
- 2)
- $\widehat{MNE} = \widehat{DMN}$
- ise AB//CD

\* Soru 2: AB//CD ve  $\widehat{MNE} = 128^\circ$  dir.

- a) Şekildeki açılal bölgelelin ölçülerini hesaplayınız.
- 
- b) Yöndeş açı çiftlerini yazınız.
- 
- c) İç ters açı çiftlerini yazınız.
- 
- d) Dış ters açı çiftlerini yazınız.
- 
- e) İç ters açı çiftlerinin ölçüleri birbirine eşit midir?
- 
- f) Dış ters açı çiftlerinin ölçüleri birbirine eşit midir?

(12.Şekil)

\* Çözüm 2: a)  $\widehat{MNE} = \widehat{DMN} = 128^\circ$  (Yöndeş açılal)

192

## DÜZLEMDE DOĞRULAR

 $\widehat{CHE} = 180^\circ - \widehat{DMN} = 180^\circ - 128^\circ = 52^\circ$  $\widehat{CHF} = \widehat{DMN} = 128^\circ$  (Ters açılal) $\widehat{ANF} = \widehat{CHE} = 128^\circ$  (Yöndeş Açılal) $\widehat{ANE} = \widehat{CHE} = 52^\circ$  (Yöndeş Açılal) $\widehat{DMF} = \widehat{CHE} = 52^\circ$  (Ters Açılal) $\widehat{BNF} = \widehat{DMN} = 52^\circ$  (Yöndeş Açılal)

- b)
- $\widehat{DMN}$
- ile
- $\widehat{MNE}$
- 
- $\widehat{CHE}$
- ile
- $\widehat{ANE}$
- 
- $\widehat{DMF}$
- ile
- $\widehat{BNF}$
- 
- $\widehat{CHF}$
- ile
- $\widehat{ANF}$
- Yöndeş açı çiftleri
- 
- c)
- $\widehat{CHE}$
- ile
- $\widehat{DMN}$
- 
- $\widehat{DMF}$
- ile
- $\widehat{ANE}$
- İç ters Açı Çiftleri
- 
- d)
- $\widehat{DMN}$
- ile
- $\widehat{ANF}$
- 
- $\widehat{CHE}$
- ile
- $\widehat{BNF}$
- Dış Ters Açı Çiftleri

e) İç ters açı çiftlerinin ölçüleri birbirine eşittir.

f) Dış ters açı çiftlerinin ölçüleri birbirine eşittir.

\* Soru 3: Bir AB doğrusu ile dışında bir C noktası veriliyor. C noktasından geçen ve AB doğrusuna paralel olan doğruyu çiziniz.

\* Çözüm 3: C noktasından geçen ve AB doğrusunu D noktasında kesen bir doğru çizilir. Bu doğru ile AB doğrusu arasındaki açılal bölgenin ölçüsü bir açı ölçer ile bulunur.

Sonra bu açıya eş köşesi C ve bir kenarı CD doğrusu olan bir açının ikinci kenarı çizilir. EF doğrusu AB ye paraleldir. Çünkü C ve D köşelerindeki yöndeş açılal eşittir.

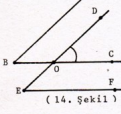
(13.Şekil)

193

## DÜZLEME DOĞRULAR

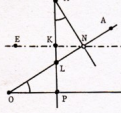
Böylece AB doğrusuna paralel, C'den geçen EF doğrusu çizilmiş olur.

- \* Soru 4: 14. şekilde ABC ve DEF'ni görüyorsunuz. BA//DE ve BC//EF'dir.  $\angle C = 43^\circ$  olduğuna göre,  $\angle A$  ve  $\angle F$ 'nin ölçülerini bulunuz.



\* Çözüm 4:  
 $\angle A = \angle C = 43^\circ$  (Yöndeş Açılar)  
 $\angle F = \angle C = 43^\circ$  (Yöndeş Açılar)  
 Demek ki  $\angle A = \angle F = 43^\circ$

- \* Soru 5: 16. şekilde,  $\angle AOB = 30^\circ$ ,  $MP \perp OA$ ,  $NP \perp OB$  ve  $EF \parallel OB$  dir.



a)  $\angle MNP$ 'nin ölçüsünü  $\angle AOB$  ile bulunuz. b)  $\angle MNP = 30^\circ$  dir. Nedem? c)  $\angle MNP$ 'nin ölçüsünü hesaplayınız. d)  $\angle MNP$ 'nin ölçüsünü  $\angle AOB$  ile bulunuz. Bu ölçü  $\angle MNP$ 'nin eşiti midir?

\* Çözüm 5: a) Bir ilağı ile  $\angle MNP = 30^\circ$  ölçülür. b)  $\angle MNP = 30^\circ$  dir. Çünkü  $EF \parallel OB$  olup  $\angle MNP$  ile  $\angle AOB$  paralel iki doğrunun üçüncü bir doğrusu kesilme-  
 si sonucu oluşmuş yöndeş açılardır. Dolayısıyla  $\angle MNP$  ile  $\angle AOB$  eş açılardır.  $\angle AOB = 30^\circ$  olduğundan  $\angle MNP$ 'de  $30^\circ$  dir.  
 c)  $MP \perp OA$  olduğundan  $\angle MPA = 90^\circ$  dir. Dolayısıyla;  
 $\angle MNP = \angle MPA + \angle ANP = 90^\circ + 30^\circ = 120^\circ$

bulunur.  $\angle MNP$  ile  $\angle AOB$  komşu ve bütümler açısal bölgele-  
 duklerinden;  $\angle MNP + \angle AOB = 180^\circ$  yazılır. Buradan toplama iş-  
 leminin ters işlemine göre;

194

## DÜZLEME DOĞRULAR

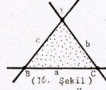
$\angle MNP = 180^\circ - \angle AOB$ ; veya  
 $\angle MNP = 120^\circ$  konursa  $\angle MNP = 180^\circ - 120^\circ$  veya;  
 $\angle MNP = 60^\circ$  bulunur.

- d) Bir ilağı ile  $\angle MNP = 60^\circ$  ölçülür. Demek ki;  
 $\angle MNP = \angle AOB$  dir.

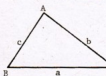
## 10-3) ÜÇGENLER :

## a) Üçgen ve Üçgenin Bölge :

İkişer ikişer birbirini kesen üç doğrunun o-  
 luşturduğu kapalı üçgeniye üçgen denir.



## b) Üçgenin kenarları arasındaki ilişkiler:



17. Şekilde bir ABC üçgeni görülmü-  
 yor.  
 $|BC| = a$ ,  $|AC| = b$  ve  $|AB| = c$   
 ölçülerine ABC üçgeninin kenarları  
 denir.

- a)  $a + b > c$  ..... (6)  
 a)  $a + c > b$  ..... (7) '  
 b)  $b + c > a$  ..... (8)

**Kural 1 :** Bir üçgende iki kenarın toplamı üçün-  
 cü kenardan büyüktür.

**Kural 2 :** Bir üçgende iki kenarın farkı üçüncü

195

## ÜÇGENLER

kenardan küçüktür.

- a)  $a > b > c$  ise :  
 a)  $a > b > c$  ..... (9)  
 a)  $a > b > c$  ..... (10)  
 b)  $b > c > a$  ..... (11)

## UYGULAMALAR

- \* Soru 1: Bir ABC'nde  $a = 7$  cm,  $b = 3,5$  cm,  $c = 4$  cm ' dir.  
 Böyle bir üçgen var mıdır?

\* Çözüm 1: En büyük kenarın uzunluğu diğer iki kenarın uzun-  
 lukları toplamından küçükse söz konusu üçgen vardır. Çünkü  
 bu kural gerçekleşirse, diğer kenarlar için de "iki kenar  
 toplamı üçüncü kenardan büyüktür" koşulu gerçekleşecektir

Problemin verilerine göre en büyük kenar  $a = 7$   
 cm olup bu uzunluk diğer iki kenarın toplamı olan  $b + c =$   
 $7,5$  cm den küçüktür. Öyle ise problemdeki veriler bir üç-  
 gen belirtir. (Yani söz konusu üçgen vardır.)

- \* Soru 2: Aşağıda kenarlarının uzunlukları verilen üçgenler  
 den hangileri vardır?

- a)  $a = 3$  cm b)  $a = 2,5$  cm c)  $a = 6$  cm  
 $b = 4$  cm  $b = 6$  cm  $b = 2$  cm  
 $c = 5$  cm  $c = 3,7$  cm  $c = 4$  cm  
 d)  $a = 3,5$  cm e)  $a = 5$  cm f)  $a = 4,7$  cm  
 $b = 4$  cm  $b = 3$  cm  $b = 2,5$  cm  
 $c = 7,8$  cm  $c = 2$  cm  $c = 5,2$  cm

- \* Çözüm 2: a) En büyük kenar  $c = 5$  cm olup bu uzunluk di-  
 ğer iki kenarın toplamı olan  $a + b = 7$  cm den küçük oldu-  
 ğu için üçgen vardır.

b) En büyük kenar  $b = 6$  cm olup  $b < (a + c = 6,2$   
 cm) olduğundan üçgen vardır.

c) En büyük kenar  $a = 6$  cm olup bu uzunluk di-  
 ğer iki kenarın toplamı olan  $b + c = 4 + 2 = 6$  cm ye eşit ol-

196

## ÜÇGENLER

doğrudan Üçgenin A köşesi BC doğruya üzerine gelir. Dolayısıyla Üçgen doğruya döner. Yani Üçgen yoktur.

d) En büyük kenar  $c = 7,8$  cm olup bu uzunluk, diğer iki kenarın toplamı olan  $a+b=4+3,5=7,5$  cm'den büyük olduğundan Üçgen yoktur.

e) En büyük kenar ( $a = 5$  cm) diğer iki kenarın toplamına ( $b+c = 5$  cm) eşit olduğundan Üçgen yoktur.

f) En büyük kenar ( $c = 5,2$  cm) diğer iki kenarın toplamından ( $a+b = 7,2$  cm) küçük olduğundan Üçgen vardır.

## c) Üçgenin kenar uzunluklarına göre çeşitlikleri:

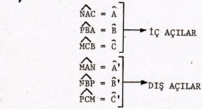
1) Çeşitkenar Üçgen: Tüm kenar uzunlukları birbirinden farklı olan bir Üçgene çeşitkenar Üçgen denir.

2) İkizkenar Üçgen: İki kenarının uzunlukları birbirine eşit olan bir Üçgene ikizkenar Üçgen denir.

3) Eşkenar Üçgen: Üç kenarının uzunlukları birbirine eşit olan Üçgene eşkenar Üçgen denir.

## d) Üçgende Açılar Arasındaki Bağıntılar:

18. Şekilde Üçgenin dış açıları siyah renkle karalamış, iç açıları ise noktalarla belirtilmiştir. Üçgenin iç ve dış açıları aşağıdaki sembollerle gösterilir.



197

## ÜÇGENLER

**Kural 1:** Bir ABC Üçgeninin iç açısal bölgelelerinin ölçüleri toplamı  $180^\circ$ 'dir.

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$$

**Kural 2:** Bir ABC Üçgeninin bir dış açısal bölgeleinin ölçüsü kendisine komşu olmayan iki iç açısal bölgeleinin ölçüleri toplamına eşittir.

$$\hat{A}' = \hat{B} + \hat{C}$$

## e) Üçgenin açılarına göre çeşitlikleri:

1) Dar Açı Üçgen: Üç iç açısal bölgeleinin ölçüsü  $90^\circ$  den küçük olan Üçgene dar açı Üçgeni denir.

2) Dik Açı Üçgen: Bir iç açısal bölgeleinin ölçüsü  $90^\circ$  olan Üçgendir.

3) Geniş Açı Üçgen: Bir iç açısal bölgeleinin ölçüsü  $90^\circ$  den büyük olan Üçgendir.

## f) Bir Üçgende kenar ve açılar arasındaki bağıntılar:

Bir Üçgende büyük kenar karşısında büyük açı bulunur ve büyük açı karşısında büyük kenar bulunur. Yani:

$$a > b \text{ ise } \hat{A} > \hat{B} \text{ ve } \hat{A} > \hat{B} \text{ ise } a > b \text{ dir.}$$

## UYGULAMALAR

\* Soru 1:  $|AC| = 2,5$  cm olan bir doğru parçası çiziniz. Pergelinizin ayaklarını  $3,5$  cm açınız ve pergelin sivri ucunu bir kez B noktasına ve bir kez de C noktasına koyarak yaylar çiziniz. Bu yayların kesişim noktası A olsun. Bu noktâ ile B ve C noktalarına birleştiriniz.

a) Elde ettiğiniz Üçgenin AB ve AC kenarlarının uzunluklarını ölçünüz. Bu Üçgen kenarlarına göre nasıl bir Üçgendir?

b) Üçgenin  $\hat{B}$  ve  $\hat{C}$  açısal bölgelelerini ölçünüz  $\hat{B} = \hat{C}$  midir?

198

## ÜÇGENLER

\* Çözüm 1: a) Bu Üçgende  $|AB| = |AC| = 3,5$  olup dolayısıyla Üçgen İKİZKENARDIR.

b) Bir iletki ile ölçme işlemi yapılarak;  
 $\hat{ABC} = \hat{B} = 70^\circ$  ve  
 $\hat{ACB} = \hat{C} = 70^\circ$  bulunur.

Yani bu Üçgende  $\hat{B} = \hat{C} = 70^\circ$  olup Üçgende B ve C açısal bölgelelerinin ölçüleri birbirine eşittir. B ve C açılarına ikizkenar Üçgenin TABAN AÇILARI, A açısına da ikizkenar Üçgenin TEPE AÇISI denir.

Sonuç: Bir ikizkenar Üçgende taban açıları birbirine eşittir.

\* Soru 2:  $|AC| = 3$  cm olan bir doğru parçası çiziniz. BC ile  $70^\circ$  lık açısal bölge yapacak şekilde BA ve CA ışınlarına çiziniz. Elde ettiğiniz Üçgenin AB ve AC kenarlarının uzunluklarını ölçünüz.

a)  $|AB| = |AC|$  midir?

b) Buradan ikizkenar Üçgenin taban açıları ile bu açılardan karşısında bulunan kenarların arasında bir bağıntı söylenebilir misiniz?

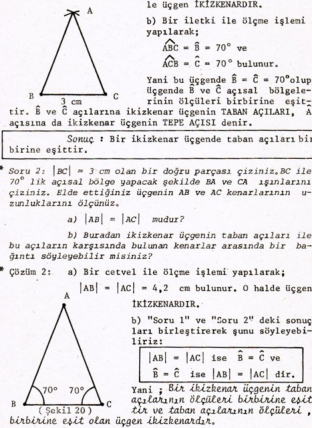
\* Çözüm 2: a) Bir cetvel ile ölçme işlemi yapılarak;  
 $|AB| = |AC| = 4,2$  cm bulunur. O halde Üçgen İKİZKENARDIR.

b) "Soru 1" ve "Soru 2" deki sonuçları birleştirerek şunu söyleyebiliriz:

$$|AB| = |AC| \text{ ise } \hat{B} = \hat{C} \text{ ve } \hat{B} = \hat{C} \text{ ise } |AB| = |AC| \text{ dir.}$$

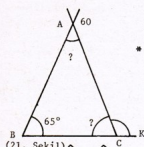
Yani: Bir ikizkenar Üçgenin taban açılarına ölçüleri birbirine eşit, dik ve taban açılarına ölçüleri, birbirine eşit olan Üçgen ikizkenardır.

\* Soru 3: Aşağıdaki Üçgende,



199

## ÜÇGENLER

 $|AB| = |AC|$  ve  $\hat{B} = 65^\circ$  dir.


(21. Şekil)  $\hat{BAC} = \hat{BCA} = 65^\circ$  bulunur. İç açılardan geriye bilinmeyen olarak  $\hat{BAC}$  nin yani ikizkenar üçgenin tepe açısının ölçüsü kaldı. Bunu da "Bir üçgenin iç açıl bölge-lerinin ölçüleri toplamı  $180^\circ$  dir" kuralından yararlana- rak kolayca hesaplayabiliriz.

$$\begin{aligned}\hat{BAC} + \hat{CBA} + \hat{BCA} &= 180^\circ + \\ \hat{BAC} + 65^\circ + 65^\circ &= 180^\circ + \\ \hat{BAC} + 130^\circ &= 180^\circ\end{aligned}$$

Buradan toplamın ters işlemine göre;

$$\hat{BAC} = 180^\circ - 130^\circ \text{ veya } \boxed{\hat{BAC} = 50^\circ}$$

bulunur. Ayrıca  $\hat{BCA}$  ile  $\hat{KCA}$  nın toplamı düz açıdır. Yani

$$\begin{aligned}\hat{BCA} + \hat{KCA} &= 180^\circ + \hat{KCA} + 65^\circ = 180^\circ + \\ \hat{KCA} &= 180^\circ - 65^\circ + \boxed{\hat{KCA} = 115^\circ}\end{aligned}$$

\* Soru 4: Tepe açısının ölçüsü  $72^\circ$  olan bir ikizkenar üçgenin obür iç ve dış açıl bölge-lerinin ölçülerini hesaplayınız.

\* Çözüm 4: İkizkenar üçgenin tepe açısının ölçüsü  $72^\circ$  olduğundan taban açıları toplamı;

$180^\circ - 72^\circ = 108^\circ$  olur. Ayrıca ikizkenar üçgenin taban açılarının ölçüleri eşit olduğu için her bir ta-

200

## ÜÇGENLER

ban açısının ölçüsü;

$$\frac{108^\circ}{2} = 54^\circ \text{ dir.}$$

Demek ki ikizkenar üçgenin tepe açısını  $\hat{A}$  ve taban açıları- nı  $\hat{B}$ ,  $\hat{C}$  ile gösterirsek;

$$\hat{A} = 72^\circ, \quad \hat{B} = \hat{C} = 54^\circ \text{ dir.}$$

Öyle ise dış açıl bölge-lerinin ölçüleri;

$$\begin{aligned}\hat{A}' &= 180^\circ - 72^\circ = 108^\circ \\ \hat{B}' &= \hat{C}' = 180^\circ - 54^\circ = 126^\circ\end{aligned} \text{ dir.}$$

\* Soru 5: Bir ikizkenar üçgende, tepe dış açısının ölçüsü, tepe iç açısının ölçüsünün 4 katıdır. Bu üçgenin bütün a- çıl bölge-lerinin ölçülerini bulunuz.

\* Çözüm 5: Tepe açısını  $\hat{A}$  ile gösterirsek,

$$\hat{A} + \hat{A}' = 180^\circ \text{ dir. } \hat{A}' = 4\hat{A}$$

veriliyor. O halde;

$$\hat{A} + 4\hat{A} = 180^\circ \text{ veya } 5\hat{A} = 180^\circ$$

bulunur. Buradan çarpma işleminin ters işlemine göre;

$$\boxed{\hat{A} = \frac{180^\circ}{5} + \hat{A} = 36^\circ}$$

bulunur. Taban açılarını  $\hat{B}$ ,  $\hat{C}$  ile gösterirsek;

$$\begin{aligned}\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} &= 180^\circ + \\ \hat{B} + \hat{C} + 36^\circ &= 180^\circ + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ - 36^\circ + \\ \hat{B} + \hat{C} &= 144^\circ\end{aligned}$$

olur. İkizkenar üçgenin taban açıların ölçüleri eşit ol- duğundan;

$$\begin{aligned}\hat{B} &= \hat{C} \text{ olup dolayısıyla } 2\hat{B} = 2\hat{C} = 144^\circ \text{ veya} \\ \hat{B} = \hat{C} &= 72^\circ \text{ bulunur. Şimdi de dış açıl böl-} \\ \text{gelerin ölçülerini bulalım;}\end{aligned}$$

201

## ÜÇGENLER

$$\begin{aligned}\hat{A} + \hat{A}' &= 180^\circ + \hat{A}' = 180^\circ - \hat{A} = 180^\circ - 36^\circ \\ &\rightarrow \hat{A}' = 144^\circ \text{ olur.}\end{aligned}$$

Benzer şekilde;

$$\begin{aligned}\hat{B}' &= \hat{C}' = 180^\circ - \hat{B} = 180^\circ - 72^\circ \\ + \hat{B}' &= \hat{C}' = 108^\circ\end{aligned}$$

\* Soru 6:  $|BC| = 4$  cm olan bir uzunluk alınız. Pergelinizin ayaklarını 4 cm açınız ve pergelin sivri ucunu B ve C nok- talarına koyarak yayları çiziniz. Bu yayların kesişim nokta- sını A ile gösteriniz:

a) Bu çizdiğiniz üçgen nasıl bir üçgendir?

b) Bu üçgenin iç açıl bölge-lerinin ölçülerini bulunuz.  $\hat{A} = \hat{B} = \hat{C} = 60^\circ$  midir?

c) Çizdiğiniz üçgeni kenarları boyunca keserek kağıttan çıkartınız. Üçgeni, B köşesi C köşesine gelecek şekilde katlayınız ve meydana gelen katlama doğrultusu çir- ziniz. Bu doğrultunun  $|BC|$  ile yaptığı açıl bölge-lerinin ölç- ülerini bulunuz.

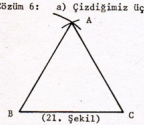
d) Bu üçgeni C noktası A noktasına gelecek şe- kilde katlayınız. Böylece bir katlama doğrultusu bulursunuz. Bu katlama doğrultusu da yukarıda sözünü ettiğimiz katlama doğrultusunun özelliklerini kapsar mı? Bu kez A noktası B nok- tası üzerine gelecek biçimde üçgeni katlayınız. Böylelikle üçüncü bir katlama doğrultusu bulursunuz. Bu doğrultunun özel- likleri de obür katlama doğrultularının özellikleri gibidir. Bu katlama doğrultuları bir noktadan geçmez mi?

\* Çözüm 6: a) Çizdiğimiz üçgenin tüm kenarları 4 cm eşit uzunluğundadır. Dolayısıyla üçgen eşkenardır.

b) Bir iletki ile ölçme yapı- larak  $\hat{A} = \hat{B} = \hat{C} = 60^\circ$  bulu- nur.

c) Katlama doğrultusu  $|BC|$  doğ- ru perçesine diktir. Yani kat- lama doğrultusu  $|BC|$  ile  $90^\circ$  lik açı yapar. Katlama doğrultusunun

iki yanında kalan dolu üçgenler birbirini tümyle örten- ler. Böyle birbirini tamamen örten iki üçgene "eş üçgen-



(21. Şekil)

202

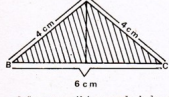
## UÇGENLER

ler" katlama doğrusuna da "simetri doğrusu" denir.

d) C noktası A noktasına veya A noktası B noktasına gelecek şekilde yapılan katlamalarda elde edilen katlama doğruları (c) çıkında elde ettiğimiz katlama doğrusunun özelliklerini taşıyor. (Katlama işlemini yapıp bu sonucu gözleyiniz.)

Yine güzellem yaparak üç katlama doğrusunun bir noktadan geçtiğini görebiliriz.

- \* Soru 7: Şekilde görüldüğü üzere üçgeni defterinize çizin. Bu üçgeni kenarları boyunca keserek çıkarınız.



a) Üçgeni B köşesi C köşesine gelecek şekilde katlayınız. Bu katlama sonunda AB kenarı AC kenarı üzerine tümüyle çakışır mı?

b) ABC üçgeni bölge, ACB üçgeni bölge, ACB üçgeni bölge. Bu bölgeyi kaplar mı? Bunun gibi, katlama bölgeyi birbirini tümüyle örter mi? Bunun gibi, katlama bölgeyi birbirini tümüyle örter mi? O halde ikizkenar üçgende kaç simetri doğrusu vardır?

c) Bulduğunuz katlama doğrularını çizin. Bu katlama doğrularının BC kenarı ile meydana getirdiği üçgen bölgeyi diğer bölgeye eşit olur mu? Katlama doğrusu BC kenarına dik midir?

d) Üçgeni, A köşesi B köşesi üzerine gelecek şekilde katlayınız. Elde ettiğiniz katlama doğrularının iki yanında bulunan dolu şekiller birbirlerini tümüyle örter mi? O halde ikizkenar üçgende kaç simetri doğrusu vardır?

- \* Çözüm 7: a) B köşesi C köşesi üzerine gelecek şekilde katlama yapılırsa AB kenarı AC kenarı üzerine tümüyle çakışır. b) ABC üçgeni bölge, ACB üçgeni bölge, ACB üçgeni bölge. Bu bölgeyi kaplar. Bunun gibi, katlama doğrularının iki yanında bulunan bölgeyi birbirini tümüyle örter. c) Katlama doğrusu BC kenarına diktir. Yani katlama doğrusu BC kenarı ile birbirine eşit ve 90° ölçüsünde açılar yapar.

203

## UÇGENLER

Buradan şu sonuç çıkar: Bir ikizkenar üçgenin tepe noktasından tabana indirilen dikme tabanın orta noktasından geçer, ve tepe noktasındaki iç açsal bölgeyi iki eş açsal bölgeye ayırır. Bu özellik eşkenar üçgenin her köşesinden karşı kenara indirilen dikmeler için de doğrudur.

d) Üçgeni A köşesi B köşesine çakışacak şekilde katlayalım. Elde ettiğimiz katlama doğrularının iki yanında bulunan dolu şekiller birbirlerini tümüyle örtemezler. Buna göre: İkizkenar üçgenin bir simetri doğrusu var dır.

- \* Soru 8: Kenarlarının uzunlukları;

$$|BC| = 5 \text{ cm}, |AB| = 3 \text{ cm} \text{ ve } |AC| = 2,5 \text{ cm}$$

olan bir üçgen veriliyor.  $|BC| = 5 \text{ cm}$  çiziniz. Pergelin ayaklarına 3 cm açınız ve sırtı ucunu B noktasına koyarak bir yay çizin. Sonra pergelin ayaklarını 2,5 cm açınız ve sırtı ucunu C noktasına koyarak bir yay çizin. Yayların kesişim noktası A olsun. Bu üçgeni kenarları boyunca keserek kapıtan çıkarınız ve B köşesi C köşesine gelecek şekilde katlayınız. Katlama doğrularının iki yanında bulunan dolu şekiller birbirini tümüyle örter mi? Bu katlama doğrularının uzunlukları farklı olan dolu üçgenin simetri doğrusu mudur? Katlama işlemi öbür köşeler için uygulanırsa simetri eksenini bulunur mu?

- \* Çözüm 8: Soruda sözü edilen üçgen bir eşitkenar üçgendir. Böyle bir üçgenin B köşesi C köşesine gelecek şekilde katlama yaparak katlama doğrularının iki yanında bulunan dolu şekiller birbirlerini tümüyle örtemezler. (Katlama işlemi yaparak ve gözleyerek bu gerçeği gördünüz.) o halde elde edilen katlama doğrularının simetri doğrusu değildir. Katlama işlemi öbür köşeler için de uygulanırsa simetri eksenini bulunmaz.

(23. Şekil)

- \* Soru 9: Bir üçgenin en az bir simetri doğrusu olması için bu üçgen nasıl bir üçgen olmalıdır?

204

## UÇGENLER

- \* Çözüm 9: Bir üçgenin en az bir simetri doğrusu olması için bu üçgen ikizkenar veya eşkenar olmalıdır.

\* Soru 10: Bir ABC üçgeninin dış açsal bölgelerinin ölçüleri toplamının  $360^\circ$  olduğunu bulunuz.

- \* Çözüm 10: Bir üçgenin dış açıları  $\hat{A}$ ,  $\hat{B}$ ,  $\hat{C}$ . Dış açıları;  $\hat{A}'$ ,  $\hat{B}'$ ,  $\hat{C}'$ , ile gösterilirse;

$$\hat{A}' = 180^\circ - \hat{A}$$

$$\hat{B}' = 180^\circ - \hat{B}$$

$$\hat{C}' = 180^\circ - \hat{C}$$

olup bu üç eşitliği taraf toplarsak;

$$\hat{A}' + \hat{B}' + \hat{C}' = 180^\circ + 180^\circ + 180^\circ - (\hat{A} + \hat{B} + \hat{C})$$

bulunur.  $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$  konursa (Çünkü bir üçgenin iç açsal bölgelerinin ölçüleri toplamı  $180^\circ$  dir.)

$$\hat{A}' + \hat{B}' + \hat{C}' = 180^\circ + 180^\circ + 180^\circ - 180^\circ \text{ veya;}$$

$$\hat{A}' + \hat{B}' + \hat{C}' = 360^\circ \text{ bulunur.}$$

Demek ki bir üçgenin dış açsal bölgelerinin ölçüleri toplamı  $360^\circ$  dir.

- \* Soru 11: Bir üçgende  $\hat{A}' = 127^\circ$  ve  $\hat{A} = 46^\circ$  olduğuna göre, öbür iç ve dış açıların ölçülerini bulunuz.

- \* Çözüm 11:  $\hat{B}' = 127^\circ$  ve  $\hat{A} = 46^\circ$  veriliyor.

$$\hat{B} = 180^\circ - \hat{B}' = 180^\circ - 127^\circ = 53^\circ$$

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \Rightarrow \hat{C} = 180^\circ - (\hat{A} + \hat{B})$$

$$\hat{C} = 180^\circ - (46^\circ + 53^\circ) = 180^\circ - 99^\circ$$

$$\hat{C} = 81^\circ \quad \hat{A}' = 180^\circ - \hat{A} = 180^\circ - 46^\circ$$

$$\hat{A}' = 134^\circ \quad \hat{C}' = 180^\circ - \hat{C} = 180^\circ - 81^\circ$$

$$\hat{C}' = 99^\circ$$

- \* Soru 12: Bir üçgende iki dik açı ya da geniş açı bulunabilir mi?

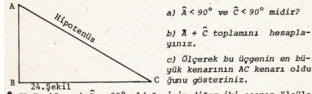
## UÇGENLER

205

\* Çözüm 12: Bir üçgende iki dik açı olmaz. Çünkü iki dik açının ölçüleri toplamı  $180^\circ$  olup diğer üçüncü açının ölçüsü sıfır olması gerekir ki böyle bir üçgen yoktur.

Bir üçgenin iki geniş açısı da olmaz. Çünkü yalnız bu iki açının ölçüleri toplamı  $180^\circ$  yi geçer ki bir üçgenin bütün iç açılarının ölçüleri toplamı  $180^\circ$  dir.

\* Soru 13: 35. şekilde bir dik üçgen görüyorsunuz.



a)  $\hat{A} < 90^\circ$  ve  $\hat{C} < 90^\circ$  midir?

b)  $\hat{A} + \hat{C}$  toplamını hesaplayınız.

c) Olarak bu üçgenin en büyük kenarının AC kenarı olduğunu gösteriniz.

\* Çözüm 13: a)  $\hat{B} = 90^\circ$  olduğu için diğer iki açının ölçüleri  $90^\circ$  den küçük olmalıdır. Çünkü bir üçgende iki dik veya geniş açı bulunamaz. O halde;

$\hat{A} < 90^\circ$  ve  $\hat{C} < 90^\circ$  dir.

b)  $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ +$

$(\hat{A} + \hat{C}) + \hat{B} = 180^\circ +$

$(\hat{A} + \hat{C}) = 180^\circ - \hat{B}$ ,  $\hat{A} + \hat{C} = 180^\circ - 90^\circ$

$\Rightarrow \hat{A} + \hat{C} = 90^\circ$

c) Bir cetvel ile bu üçgenin kenarlarının uzunluklarını ölçelim.

$|AB| = 3,2$  cm  $|AC| = 6,3$  cm  $|BC| = 5,4$  cm

görüldüğü ki en uzun kenar AC kenarıdır. Bir dik üçgende dik açı karşısında bulunan kenara hipotenüs ve diğer kenarlara dik kenarlar denir.

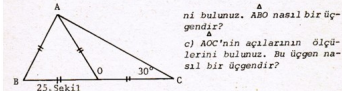
\* Soru 14: Bir ABC dik üçgeninde  $\hat{A} = 90^\circ$ ,  $\hat{C} = 30^\circ$  dir.

a) B açısının ölçüsünü bulunuz.

b) [BC] nin ortası olan O noktasına A ile birleştiriniz. ABC üçgeninin iç açsıl bölgelerinin ölçüleri

## UÇGENLER

206



ni bulunuz. ABO nasıl bir üçgendir?

c) AOC'nin açılarının ölçülerini bulunuz. Bu üçgen nasıl bir üçgendir?

\* Çözüm 14: a)  $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ +$

$\hat{B} = 180^\circ - (\hat{A} + \hat{C}) +$

$\hat{B} = 180^\circ - (90^\circ + 30^\circ) +$

$\hat{B} = 180^\circ - 120^\circ + \hat{B} = 60^\circ$

b) ABO üçgeni eşkenardır. Dolayısıyla bütün açıları eşit ve  $60^\circ$ 'ar derecedir.

c)  $\hat{AOC} = 180^\circ - 60^\circ + \hat{AOC} = 120^\circ$

$\hat{AOC} = 30^\circ$  (verilmiş)

$\hat{OAC} = 180^\circ - (120^\circ + 30^\circ) + \hat{OAC} = 180^\circ - 150^\circ$

$\Rightarrow \hat{OAC} = 30^\circ$

O halde OAC üçgeni ikizkenardır. (Taban açıların ölçüleri eşit olduğu için)

## 10-11) PARALELKENAR :

a) Paraleller geridi :

İki paralel doğrunun birleşimine paraleller geridi denir.

AB//CD ise, ABUCD= Paralel

ler geridi. Paraleller geridi

ile 26. şekilde noktalarla

belirlenen iç bölgesinin

birleşimine dolu paraleller

geridi denir.



## PARALELKENAR

207

b) Bir noktanın bir doğruya uzaklığı :

Bir P noktasından l doğrusuna PH dikmesini çizelim. PH doğru parçasının uzunluğuna P noktasının l doğrusuna uzaklığı denir. l doğrusu üzerinde H dışında herhangi bir A noktası alalım.

$|PH| < |PA|$  dir.

İki paralel doğru arasındaki uzaklık, bu doğrulardan birini

üzerinde alınan bir noktanın

diğer doğruya uzaklığıdır.

27. Şekil

c) Paralel kenar nedir ?

İki paraleller geridinin oluşturduğu kapalı

şekle paralel kenar denir. Bir paralel kenarda karşılıklı

kenarlar paralel ve eşittir.

Bir paralel kenar ile bunun

çevrelediği kapalı bölgenin

birleşimine dolu paralel kenar

denir.

(28. Şekle bakınız.) Bir

dolu paralel kenarda şu açıs

al bölge ler diye tanımlanır.

28. Şekil

$\hat{DAB}$ ,  $\hat{ABC}$ ,  $\hat{BCD}$  ve  $\hat{CDA}$  : Bir dolu paralelkenarda karşılıklı

iç açsıl bölgelerin ölçüleri birbirine eşittir.

Her dörtgen gibi, bir paralel kenarın da iç açsıl bölgelerinin ölçüleri toplamı  $360^\circ$  dir.

## UYGULAMALAR

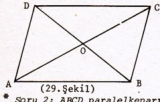
\* Soru 1: Bir ABCD paralelkenarı çiziniz ve sonra bu paralelkenarın AC ve BD köşegenlerini birleştiriniz. Köşegenlerin kesim noktası O olsun.  $|OA|$ ,  $|OC|$  ve  $|OB|$ ,  $|OD|$  uzunluklarını ölçünüz.

$|OA| = |OC|$  ve  $|OB| = |OD|$  midir?

\* Çözüm 1: Bir cetvelle ölçme işlemi yapılarak;

208

## PARALELKENAR



$$|OA| = |OC| = 2,9 \text{ cm}$$

$$|OB| = |OD| = 2,2 \text{ cm}$$

bulunur. Buradan şu sonuç çıkar: Bir paralelkenarda köşegenler birbirini ortalar.

\* Soru 2: ABCD paralelkenarında  $\widehat{BAD} = 62^\circ$  dir. Bu paralelkenarın iç açsıl bölgelerinin ölçülerini hesaplayınız.

\* Çözüm 2:  $\widehat{BAD} = 62^\circ$  olarak veriliyor. O halde, paralelkenarda karşılıklı iç açsıl bölgelerin ölçüleri eşit olduğundan,

$$\widehat{BCD} = \widehat{BAD} = 62^\circ \text{ bulunur.}$$

Her dörtgen gibi bir paralel kenarın da iç açsıl bölgelerinin ölçüleri toplamı  $360^\circ$  olduğundan;

$$\widehat{ADC} + \widehat{ABC} = 360^\circ - (\widehat{BCD} + \widehat{BAD})$$

$$+ \widehat{ADC} + \widehat{ABC} = 360^\circ - (62^\circ + 62^\circ) = 360^\circ - 124^\circ$$

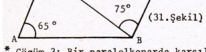
$$+ \widehat{ADC} + \widehat{ABC} = 236^\circ \text{ olur.}$$

$$\widehat{ADC} = \widehat{ABC} \text{ olduğu hatırlanırsa;}$$

$$\widehat{ADC} = \widehat{ABC} = \frac{236^\circ}{2}$$

$$+ \widehat{ADC} = \widehat{ABC} = 118^\circ \text{ bulunur.}$$

\* Soru 3: 31. şekilde, görüldüğü gibi paralelkenarlarda  $\widehat{DAB} = 65^\circ$  ve  $\widehat{BAC} = 75^\circ$  dir. İçinde soru işaretleri bulunan açsıl bölgelerin ölçülerini bulunuz.



\* Çözüm 3: Bir paralelkenarda karşılıklı iç açsıl bölgelerin ölçüleri eşit olduğundan;

## PARALELKENAR

$$\widehat{DCB} = \widehat{DAB} = 65^\circ$$

dir. Diğer yandan bir üçgenin iç açsıl bölgelerinin ölçüleri toplamı  $180^\circ$  olduğundan;

$$\widehat{BDC} + \widehat{DBC} + \widehat{DCB} = 180^\circ +$$

$$\widehat{BDC} + 75^\circ + 65^\circ = 180^\circ +$$

$$\widehat{BDC} + 140^\circ = 180^\circ + \widehat{BDC} = 180^\circ - 140^\circ +$$

$$\widehat{BDC} = 40^\circ \text{ bulunur. } \widehat{ADB} = ?$$

$$\widehat{ADB} = \widehat{ADC} - \widehat{BDC} +$$

$$\widehat{ADB} = \widehat{ADC} - 40^\circ$$

$\widehat{ADC}$  açısının ölçüsünü nereden hesaplayabiliriz? Şuradan: Paralel kenarın iç açsıl bölgelerinin ölçüleri toplamı  $360^\circ$  dir.

$$\widehat{ADC} + \widehat{ABC} + 65^\circ + 65^\circ = 360^\circ +$$

$$\widehat{ADC} + \widehat{ABC} + 130^\circ = 360^\circ +$$

$$\widehat{ADC} + \widehat{ABC} = 360^\circ - 130^\circ = 230^\circ$$

ayrıca;

$$\widehat{ADC} = \widehat{ABC} \text{ olduğunu biliyoruz. O halde;}$$

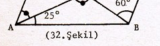
$$2 \cdot \widehat{ADC} = 230^\circ \Rightarrow \widehat{ADC} = \frac{230^\circ}{2} +$$

$$\widehat{ADC} = 115^\circ \text{ olur. Bu ölçüyü;}$$

$$\widehat{ADB} = \widehat{ADC} - 40^\circ \text{ eşitliğinde yerine koyarsak}$$

$$\widehat{ADB} = 115^\circ - 40^\circ + \widehat{ADB} = 75^\circ \text{ bulunur.}$$

\* Soru 4: Yandaki paralelkenarda verilmiş olan açsıl bölgelerin ölçülerinden yararlanarak, içi noktası olan açsıl bölgelerin ölçülerini bulunuz.



(32.Şekil)

210

## PARALELKENAR

\* Çözüm 4: a)  $\widehat{AOB} = \widehat{DOC} = 125^\circ$  (Ters açılar)

$$\widehat{DOA} + \widehat{DOC} + \widehat{COB} + \widehat{AOB} = 360^\circ \text{ (Tam Açı)}$$

$$\widehat{DOA} + 125^\circ + \widehat{COB} + 125^\circ = 360^\circ +$$

$$\widehat{DOA} + \widehat{COB} + 250^\circ = 360^\circ +$$

$$\widehat{DOA} + \widehat{COB} = 360^\circ - 250^\circ = 110^\circ$$

Ayrıca ters açılar olduklarından;

$$\widehat{DOA} = \widehat{COB} \text{ olup dolayısıyla; } 2\widehat{DOA} = 2\widehat{COB} = 110^\circ$$

$$+ \widehat{DOA} = \widehat{COB} = 55^\circ$$

$$\text{OCB Üçgeninde; } \widehat{OCB} + \widehat{CBO} + \widehat{COB} = 180^\circ +$$

$$\widehat{OCB} + 60^\circ + 55^\circ = 180^\circ + \widehat{OCB} + 115^\circ = 180^\circ +$$

$$\widehat{OCB} = 180^\circ - 115^\circ + \widehat{OCB} = 65^\circ$$

$$\widehat{DCA} = \widehat{BAC} = 25^\circ \text{ (Ters açılar)}$$

$$\widehat{DAC} = \widehat{OCB} = 65^\circ \text{ (Ters açılar)}$$

$$\widehat{ADB} = \widehat{DOC} = 60^\circ \text{ (Ters açılar)}$$

d) **Dikdörtgen** : Dikdörtgen iç açsıl bölgelerinin ölçüleri  $90^\circ$  ler derece olan özel bir paralelkenardır. Paralelkenarın tüm özelliklerini kapsar.

Bir dikdörtgenin köşegenlerinin uzunlukları bir birine eşittir.

e) **Eşkenar dörtgen** : Kenarları birbirine eşit uzunlukta olan paralelkenara **eşkenar dörtgen** denir. Paralelkenarın tüm özelliklerini gösterir. Buna ek olarak eşkenar dörtgende köşegenler birbirine diktir ve bunlar şeklin simetri eksenleridir.

f) **Kare** : Kenarları birbirine eşit uzunlukta olan dikdörtgen **kare** denir. Kare dikdörtgen ve eşkenar dörtgenin tüm özelliklerini kapsar.

## PARALELKENAR

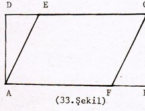
211

g) **Cebirsel** : Çeşitli doğru parçalarının birleşiminden oluşmuş kapalı şekle çokgen denir. Eşkenar üçgen ve kare gibi, kenarlarının uzunlukları ile iç açsallıklarının ölçüleri birbirine eşit olan çokgenlere **düzgün çokgen** denir.

- \* Soru: Eşkenar dörtgen düzgün bir çokgen midir?  
 \* Cevap: Eşkenar dörtgen düzgün bir çokgen değildir. Çünkü kenar uzunlukları birbirine eşit fakat iç açsallıklarının ölçüleri birbirine eşit değildir.

## UYGULAMALAR

- \* Soru 1: Dikdörtgen biçiminde bir kağıt alınır. 33.Şekilde görüldüğü gibi  $|DE| = |AF|$  olacak şekilde  $E$  ve  $F$  noktaları işaretleyiniz. Kağıda  $[EA]$ ,  $[CF]$  boyunca kesiniz.  
 a)  $[AE]$  ve  $[FC]$ 'nin uzunlukları aynı mıdır?  $|AE| = |FC|$  ve  $|AF| = |CE|$  buldunuz mu?  
 b)  $APCE$  dörtgeni nasıl bir çokgendir?



(33.Şekil)

c) Bu şeklin açsallıklarının ölçülerini bulunuz. Hangi açsallıkların ölçüleri birbirine eşittir?

d) Dört açsallığın ölçüleri toplamı  $360^\circ$  midir?

- \* Çözüm 1: a) Bir cetvel ile ölçme işlemi yapılarak;  
 $|AE| = |FC| = 3 \text{ cm}$  ve  $|AF| = |CE| = 4,3 \text{ cm}$  bulunur.

b) Karşılıklı kenarları eşit olduğu için  $APCE$  dörtgeni bir paralelkenardır.

$$c) \hat{EAP} = \hat{ECF} = 65^\circ$$

$\hat{APC} = \hat{AEC} = 115^\circ$  olup karşılıklı iç açsallıkların ölçüleri birbirine eşittir.

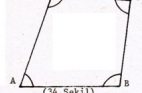
## PARALELKENAR

$$d) \hat{EAP} + \hat{ECF} + \hat{APC} + \hat{AEC} = 65^\circ + 65^\circ + 115^\circ + 115^\circ = 360^\circ \text{ dir.}$$

Yani dört iç açsallığın ölçüleri toplamı  $360^\circ$  dir.

- \* Soru 2: Bir dolu dörtgenel bölge çizin ve bu şeklin iç açsallıklarının toplamını bulunuz. Bu toplam  $360^\circ$  midir?

- \* Çözüm 2: Herhangi bir dolu dörtgenel bölge çizip iç açsallıklarını bir iletki ile ölçelim. İç açsallıkları sırayla  $A, B, C, D$  ile gösterilsin;



(34.Şekil)

$$\hat{A} = 70^\circ, \hat{B} = 98^\circ, \hat{C} = 87^\circ$$

$$\hat{D} = 105^\circ \text{ olup dolayısıyla;}$$

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} + \hat{D} = 360^\circ \text{ dir. Yani}$$

dörtgenel bölgenin iç açsallıklarının ölçüleri toplamı  $360^\circ$  dir.

- \* Soru 3: Aralarında  $30^\circ$  lik açsallık meydana getiren  $m$  ve  $n$  doğrularını çizin. Bu doğruların kesim noktası  $O$  olsun.  $m$  doğrusu üzerinde ve  $O$  noktasının iki yanında,

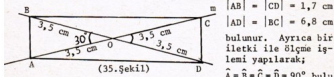
$$|OA| = |OC| = 3,5 \text{ cm}$$

olacak şekilde  $A$  ve  $C$  noktaları işaretleyiniz.  $n$  doğrusu üzerinde,

$$|OB| = |OD| = 3,5 \text{ cm}$$

olacak şekilde  $B$  ve  $D$  noktalarını işaretleyiniz.  $A, B, C, D$  noktalarını birleştiriniz. Meydana gelen dörtgen nasıl bir dörtgendir?

- \* Çözüm 3: Bir cetvelle ölçme işlemi yapılarak;



(35.Şekil)

$$\hat{A} = \hat{C} = \hat{B} = \hat{D} = 90^\circ \text{ bulunur.}$$

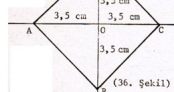
## PARALELKENAR

213

O halde oluşan  $ABCD$  kapalı şekli bir DİKDÖRTGEN'dir.

- \* Soru 4: Birbirine dik olan  $m$  ve  $n$  doğrularını çizin. Üçüncü uygulamadaki işlemleri, bu doğrular üzerinde yapınız. Meydana gelen dörtgen, nasıl bir dörtgendir. neden?

- \* Çözüm 4: "Çözüm 3" te "35. Şekil" de yaptığımız çizimi  $m$  ve  $n$  doğruları birbirine dik olduğuna göre tekrar layalım. Bu kez çizdiğimiz şekil üzerinden bir cetvel ve iletki ile ölçme işlemi yapılarak;



(36.Şekil)

$$|AB| = |BC| = |CD| = |DA|$$

$$= 5 \text{ cm}$$

$$\hat{A} = \hat{B} = \hat{C} = \hat{D} = 90^\circ \text{ bulunur.}$$

Uyle ise  $m \perp n$  olma durumunda oluşan dörtgen bir **KARE**'dir.

- \* Soru 5: Birbirini  $O$  noktasında dik olarak kesen  $m$  ve  $n$  doğrularını çizin.  $m$  doğrusu üzerinde  $O$  noktasının iki yanında,

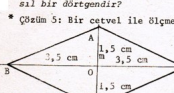
$$|OA| = |OC| = 1,5 \text{ cm}$$

olacak şekilde  $A$  ve  $C$  noktaları işaretleyiniz.  $n$  doğrusu üzerinde de,

$$|OB| = |OD| = 3,5 \text{ cm}$$

olacak şekilde  $B$  ve  $D$  noktalarını işaretleyiniz ve  $A, B, C, D$  noktalarını birleştiriniz. Eldettiğiniz dörtgen nasıl bir dörtgendir?

- \* Çözüm 5: Bir cetvel ile ölçme işlemi yapılarak;



(37.Şekil)

$$|AB| = |BC| = |CD| = |DA|$$

$$= 3,8 \text{ cm bulunur.}$$

$O$  halde oluşan dörtgen bir **EŞKENAR DÖRTGEN**'dir.

- \* Soru 6: 38. şekilde gördüğünüz ( $m/n$ ,  $m \perp n$ ) paraleller ge-

214

## PARALELKENAR

ridini 1 ve k doğruları kesiyor. ABCD dörtgeninde;

- a)  $[AB] // [CD]$  midir?  
 b)  $[BC] // [AD]$  midir?  
 • Çözüm 6: a)  $m/n$  olduğundan;  
 $[AB] // [CD]$  dir.  
 b) k ve l doğrularının konumu hakkında birşey söyleyemediğinden yani bu doğruların paralel olup olmadıkları hakkında birşey söyleyemediğinden genel olarak bu doğrulara paralel değildirler. O halde;  
 $[BC] // [AD]$  değildir.

Bu özellikleri içeren yani  $k \parallel l$  ve  $k$  ile  $l$  arasında paralel olan diğer iki kenarı ise paralel olmayan dörtgene YAMUK denir.

\* Soru 7: Aşağıda çizilmiş olarak verilen ABC üçgeninde;

- a)  $[EF] // [BC]$  ve  $[MN] // [AB]$  dir.  
 a) Elemanları, bu şekil üzerinde gördüğünüz paralelkenarlar olan bir küme yapınız.  
 b) Elemanları, bu şekil üzerinde gördüğünüz yamuklar olan bir küme yapınız.

\* Çözüm 7: a) Sözü geçen kümeyi A ile gösterelim;

A = {EFCB Paralelkenarı, MNHB paralelkenarı, MDGB Paralelkenarı, EFDN paralelkenarı, DNHG Paralelkenarı}

b) Sözü geçen kümeyi B ile gösterelim.

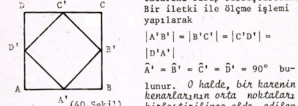
B = {EFDM yamuğu, EFCB yamuğu, MNGB yamuğu, DMGC yamuğu, AFGB yamuğu, AFDM yamuğu, ANHB yamuğu, FNHG yamuğu}

215

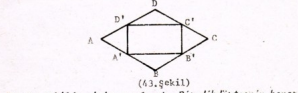
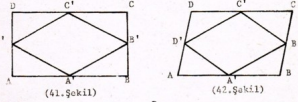
## PARALELKENAR

\* Soru 8: Bir kare çiziniz ve kenarlarının orta noktalarını bulunuz. Bu noktaları birleştirdiğiniz zaman nasıl bir dörtgen elde edersiniz? Aynı soruyu dikdörtgen, paralelkenar ve eşkenar dörtgen için de cevaplandırınız.

\* Çözüm 8: Bir kare çizip (40. şekil) kenarlarının orta noktalarını bulup birleştirelim.



kapalı şekil yine bir karedir.

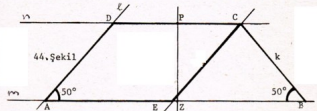


Benzer şekilde çizim yapılarak, Bir dikdörtgenin kenar orta noktalarının birleştirilmesiyle elde edilen şeklin bir EŞKENAR DÖRTGEN (bak 41. şekil) Bir paralel kenarın kenar orta noktalarının birleştirilmesiyle elde edilen şeklin yine bir PARALEL KENAR (bak 42. şekil) ve bir eşkenar dörtgenin kenar orta noktalarının birleştirilmesiyle elde edilen şeklin bir DİKDÖRTGEN (bak 43. şekil) olduğu görülür.

216

## PARALELKENAR

\* Soru 9:  $(m/n, m/n)$  paraleller geridi veriliyor. m doğrusu üzerinde A noktası alınıyor. Bu noktadan geçen ve m



doğrusu ile  $50^\circ$  lik açı yapan bir l doğrusu çiziliyor. m doğrusunun bir B noktasından geçen ve m doğrusu ile  $50^\circ$  lik açı yapan bir k doğrusu çiziliyor. Böylece ABCD yamuğu elde ediliyor.

a) CDA ve DCB açılarına önce ölçerek eşit olduklarını gösteriniz. Sonra ölçme yapmadan bu açıların eşitliğini belirtiniz.

b) Hangi açı BAD açısı ile yöndektir? Bu açının ölçüsü nedir?

c) Hangi açı ABC açısı ile iç ters açıdır?

d) C noktasından AD kenarına bir paralel çizerseniz, ADCE dörtgeni nasıl bir dörtgendir? Bu dörtgenin iç açısı bölgelerinin ölçülerini bulunuz.

e) EBC'nin açısı bölgelerinin ölçülerini bulunuz.  $|EC| = |CB|$  midir? O halde,  $|AD| = |BC|$  olur mu?

f) AC ve BD köşegenlerini çiziniz ve ölçünüz. Bunlar, birbirine eşit midir?

g) ABCD yamuğunu kenarları boyunca keserek kattan çıkarınız. Sonra AB ve DC kenarlarının ortalarını bulunuz ve birleştiriniz. Bu doğru boyunca yamuğu katlayınız. Katlama doğrusunun iki yanındaki şekiller birbirini tamıyla örteler mi? Bu katlama doğrusu şeklin simetrisi doğrusu mudur?

\* Çözüm 9: a) Bir iletki ile ölçme yapılarak  $CDA = DCB$  olduğu saptandı.

Şimdi de ölçme yapmadan bu açıların eşit olduğu

217

PARALELKENARLAR

Şunu gösterelim: PZBC ve PZAD dörtgenlerinin iç açıları-  
nın ölçüleri toplamı  $360^\circ$  olmak durumunda olduğundan ve;  
 $\hat{P} = \hat{Z} = 90^\circ$  olduğundan

$$\begin{aligned}\hat{DCB} + 50^\circ &= 180^\circ \\ \hat{CDA} + 50^\circ &= 180^\circ\end{aligned}$$

yazılabilir. Buradan,

$$\hat{DCB} = \hat{CDA} \text{ olduğu anlaşılr.}$$

b)  $\hat{BAD}$  ile yandaş olan açı  $\hat{CDL}$ 'dir. Dolayısı-  
yla  $\hat{CDL} = \hat{BAD} = 50^\circ$  dir.

c)  $\hat{ADC}$  ile iç ters olan açı  $\hat{BCK}$ 'dir. O halde;

$$\hat{BCK} = \hat{ADC} = 50^\circ$$

d) Karşılıklı kenarları paralel olduğu için,  
ADCE döşgeni bir paralelkenardır. Bu paralelkenarın iç a-  
çısal bölgelerinin ölçüleri şöyledir:

$$\begin{aligned}\hat{DAB} &= \hat{DCE} = 50^\circ \\ 2\hat{ADC} &= 2\hat{ABC} = 360^\circ - 2 \cdot 50^\circ = 360^\circ - 100^\circ \\ &= 260^\circ\end{aligned}$$

$$\hat{ADC} = \hat{ABC} = \frac{260^\circ}{2} \Rightarrow \hat{ADC} = \hat{ABC} = 130^\circ$$

e)  $\hat{DAB}$  ile  $\hat{CEB}$  yandaş açılar olduklarından;

$$\hat{CEB} = \hat{DAB} = 50^\circ \text{ dir.}$$

O halde,  $\hat{CEB} = \hat{CBE} = 50^\circ$  ve

$$\begin{aligned}\hat{ECB} &= 180^\circ - (50^\circ + 50^\circ) \\ \hat{ECB} &= 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ\end{aligned}$$

O halde, yani taban açıları eşit olduğundan  $\hat{CEB}$  ikizkenar  
bir üçgen olup  $|EC| = |CB|$  dir.

Ayrıca ADCE paralelkenar olduğundan  $|AD| = |EC|$

218

PARALELKENAR

dir. Son iki eşitlik karşılaştırılırsa,  $|AD| = |BC|$  olur.

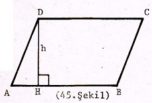
f) AC ve BD köşegenleri çizilip bir cetvel ile  
ölçüldüğünde;

$$|AC| = |BD| \text{ bulunur.}$$

g) Soruda anlatılan şekilde katlama yapılırsa;  
katlama doğrusunun iki yanındaki şekillerin birbirini tü-  
myle örtükleri görülür. O halde bu katlama doğrusu gek-  
lin simetri doğrusudur.

10-5 ) PARALELKENAR VE ÜÇGENİN ALANI :

a) Paralelkenarın Alanı :



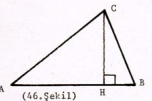
Tabanı ile yüksekliğinin çar-  
pımına eşittir.

ABCD paralelkenarının tabanı  
(a), yüksekliği (h) ile gös-  
terilirse,

$$\text{Alanı : } S = a.h$$

olarak yazılır.

b) Üçgenin Alanı :



Tabanı ile yüksekliğinin çar-  
pımının yarısına eşittir.

$$S = \frac{AB \cdot CH}{2} = \frac{a \cdot h}{2}$$

UYGULAMALAR

\* Soru 1: Aşağıda taban ve yüksekliği verilen paralelkenar-  
ların alanlarını bulunuz.

- a)  $a = 18 \text{ cm}$ ,  $h = 12 \text{ cm}$       b)  $a = 7 \text{ dm}$ ,  $h = 45 \text{ cm}$   
c)  $a = 5 \frac{1}{2} \text{ dam}$ ,  $h = 3 \frac{3}{4} \text{ dam}$       d)  $a = 5,2 \text{ hm}$ ,  $h = 380 \text{ m}$

219

PARALELKENARLAR

\* Çözüm 1: a)  $a = 18 \text{ cm}$ ,  $h = 12 \text{ cm}$  ise paralelkenarın ala-  
nı:  $S = a.h = 18.12 = 216 \text{ cm}^2$  dir.

b)  $a = 7 \text{ dm}$ ,  $h = 45 \text{ cm}$  ise paralelkenarın ala-  
nı:  $S = a.h = 70.45 = 3150 \text{ cm}^2$  dir.

c)  $a = 5 \frac{1}{2} \text{ dam}$ ,  $h = 3 \frac{3}{4} \text{ dam}$  ise paralelkena-  
rın alanı;

$$S = a.h = 5 \frac{1}{2} \text{ dam} \cdot 3 \frac{3}{4} \text{ dam}$$

$$S = \frac{11}{2} \cdot \frac{15}{4} = \frac{165}{8} = 20 \frac{5}{8} \text{ dam}^2 \text{ dir.}$$

d)  $a = 5,2 \text{ hm}$ ,  $h = 380 \text{ m} \Rightarrow S = 5,2 \cdot 3,8 = 19,76 \text{ hm}^2$

\* Soru 2: Aşağıda alanları ve yükseklikleri verilen paralel  
kenarların taban uzunluklarını bulunuz.

$$a) S = 480 \text{ cm}^2, h = 40 \text{ cm}$$

$$b) S = 9 \frac{3}{7} \text{ dm}^2, h = 2 \frac{1}{7} \text{ dm}$$

\* Çözüm 2: Alanları ve yükseklikleri verilen paralelkenar-  
ların taban uzunluklarını çarpmanın ters işleminden yararlan-  
arak bulacağız.

$$a) S = a.h \Rightarrow 480 = a.40 \Rightarrow$$

$$a = \frac{480}{40} \Rightarrow a = 12 \text{ cm} \text{ bulunur.}$$

$$b) S = a.h \Rightarrow 9 \frac{3}{7} = a.2 \frac{1}{7} \Rightarrow$$

$$\frac{66}{7} = a \cdot \frac{8}{7} \Rightarrow a = \frac{66}{8} = 8 \frac{3}{4} \text{ dm}$$

$$a = 8 \frac{3}{4} \text{ dm} \text{ bulunur.}$$

\* Soru 3: Aşağıda alan ve taban uzunlukları verilen paralel  
kenarların yüksekliklerini bulunuz.

- a)  $S = 130 \text{ cm}^2$ ,  $a = 20 \text{ cm}$       b)  $S = 108,2 \text{ cm}^2$ ,  $a = 10 \text{ cm}$

220

## PARALELKENARLAR

\* Çözüm 3: Alan ve taban uzunlukları verilen paralelkenarların yüksekliklerini çarpmanın ters işleminden yararlanarak bulacağız.

$$a) S = a \cdot h \rightarrow 130 \text{ cm}^2 = 20 \text{ cm} \cdot h \rightarrow$$

$$h = \frac{130}{20} = 6,5 \text{ cm} \text{ bulunur.}$$

$$b) S = a \cdot h \rightarrow 108,2 = 10 \cdot h \rightarrow h = \frac{108,2}{10}$$

$$h = 10,82 \text{ cm} \text{ bulunur.}$$

\* Soru 4: Aşağıda taban ve yükseklikleri verilen üçgenlerin alanlarını hesaplayınız.

$$a) a = 28 \text{ cm}, h = 15 \text{ cm} \quad b) a = 12,5 \text{ cm}, h = 0,86 \text{ dm}$$

$$c) a = 8 \frac{1}{5} \text{ cm}, h = 5 \text{ cm} \quad d) a = 0,5 \text{ dm}, h = 2 \frac{1}{2} \text{ dm}$$

\* Çözüm 4:

$$a) \text{Üçgenin alanı: } S = \frac{a \cdot h}{2} = \frac{28 \cdot 15}{2} = 210 \text{ cm}^2 \text{ dir.}$$

$$b) \text{Üçgenin alanı: } S = \frac{a \cdot h}{2} = \frac{12,5 \text{ cm} \cdot 8,6 \text{ cm}}{2} \rightarrow$$

$$S = 53,75 \text{ cm}^2 \text{ dir.}$$

$$c) \text{Üçgenin alanı: } S = \frac{a \cdot h}{2} = \frac{1}{2} \cdot (8 \frac{1}{5}) \cdot (5)$$

$$S = \frac{1}{2} \cdot \frac{43}{5} \cdot \frac{5}{1} = \frac{43}{2} \rightarrow S = 21 \frac{1}{2} \text{ cm}^2$$

$$d) \text{Üçgenin alanı: } S = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h = \frac{1}{2} \cdot 0,5 \text{ dm} \cdot (2 \frac{1}{2} \text{ dm})$$

$$S = \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{10} \cdot \frac{5}{2} = \frac{25}{40} \text{ dm}^2 \text{ dir.}$$

\* Soru 5: Aşağıda alan ve taban uzunlukları verilen üçgenlerin yüksekliklerini bulunuz.

$$a) S = 96 \text{ cm}^2, a = 12 \text{ cm} \quad b) S = 14,7 \text{ dm}^2, a = 7 \text{ dm}$$

$$c) S = 320 \text{ dam}^2, a = 800 \text{ dm} \quad d) S = 15 \frac{1}{3} \text{ dm}^2, a = 5 \frac{1}{2} \text{ dm}$$

221

## PARALELKENARLAR

\* Çözüm 5: Alanları ve taban uzunlukları verilen üçgenlerin yüksekliklerini bulmak için önce bölmenin, sonra da çarpmanın ters işlemini uyguluyoruz.

$$a) S = \frac{a \cdot h}{2} \rightarrow 96 = \frac{12 \cdot h}{2} \rightarrow$$

$$12 \cdot h = 2 \cdot 96 \rightarrow h = \frac{2 \cdot 96}{12} \rightarrow h = 16 \text{ cm} \text{ dir.}$$

$$b) S = \frac{a \cdot h}{2} \rightarrow 14,7 \text{ dm}^2 = \frac{7 \text{ (dm)} \cdot h}{2} \rightarrow$$

$$2 \cdot 14,7 = 7 \cdot h \rightarrow h = \frac{2 \cdot 14,7}{7} = \frac{29,4}{7} \rightarrow$$

$$h = 4,2 \text{ dm} \text{ bulunur.}$$

$$c) S = \frac{a \cdot h}{2} \rightarrow 320 \text{ dam}^2 = \frac{1}{2} \cdot 8.000 \text{ dam} \cdot h \rightarrow$$

$$8.000 h = 2 \cdot 320 \rightarrow h = \frac{2 \cdot 320}{8.000} \rightarrow h = \frac{2}{25} \text{ dam}$$

$$\frac{1 \text{ dam} = 10 \text{ m}}{25} \rightarrow h = \frac{2}{25} \cdot 10 = \frac{20}{25} \text{ metre'dir.}$$

$$h = 0,8 \text{ m}$$

$$d) S = \frac{a \cdot h}{2} \rightarrow 15 \frac{1}{3} \text{ dm}^2 = \frac{1}{2} \cdot (5 \frac{1}{2} \text{ dm}) \cdot h \rightarrow$$

$$\frac{46}{3} = \frac{1}{2} \cdot (\frac{11}{2}) h \rightarrow \frac{11}{2} \cdot h = 2 \cdot \frac{46}{3} \rightarrow$$

$$h = \frac{92}{3} \cdot \frac{2}{11} \rightarrow h = \frac{184}{33} \rightarrow h = 5 \frac{19}{33} \text{ dm}$$

$$\text{bulunur.}$$

\* Soru 6: Aşağıda alan ve yükseklikleri verilen üçgenlerin taban uzunluklarını hesaplayınız.

$$a) S = 52 \text{ ar}, h = 100 \text{ m} \quad b) S = 16 \frac{5}{6} \text{ dm}^2, h = 5 \frac{1}{2} \text{ dm}$$

\* Çözüm 6:

$$S = \frac{a \cdot h}{2} \rightarrow 1 \text{ ar} = 100 \text{ m}^2 \text{ olduğundan,}$$

222

## PARALELKENARLAR

$$52.100 \text{ m}^2 = \frac{1}{2} \cdot a \cdot 100 \text{ m} \rightarrow$$

$$a \cdot 100 \text{ m} = 2 \cdot 52.100 \rightarrow a = \frac{2 \cdot 52.100}{100} \rightarrow$$

$$a = 104 \text{ metre} \text{ bulunur.}$$

$$b) S = \frac{a \cdot h}{2} \rightarrow 16 \frac{5}{6} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot (5 \frac{1}{2}) \rightarrow$$

$$\frac{101}{6} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot (\frac{11}{2}) \rightarrow a \cdot (\frac{11}{2}) = \frac{2 \cdot 101}{6}$$

$$a = [\frac{2 \cdot 101}{6}] \cdot \frac{2}{11} \rightarrow a = \frac{202}{33} \rightarrow a = 6 \frac{4}{33} \text{ dam}$$

$$\text{bulunur.}$$

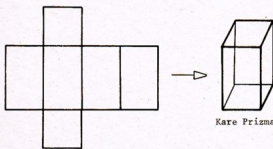
## 10 - 6 ) DİK PRİZMALAR :

Dik prizmalar : Yan ayrıtları taban yüzlerine dik olan prizmalara denir.

## U Y G U L A M A L A R

\* Soru 1: Kartondan kare prizma ve üçgen prizma yapınız.

\* Çözüm 1: Kartondan kare prizma ve üçgen prizma yapılmak için kartonun üzerine cetvelle aşağıdaki şekli çizin. Sonra da makasla keserek elde edeceğiniz kağıdı katlayın ve yapıştırın.



Kare Prizmanın Açılımı

DİK PRİZMALAR

223

Üçgen Prizmanın Açınımı

Üçgen Prizma

\* Soru 2: Kare prizma kaç köşe ve kaç ayrıtı vardır?  
 \* Çözüm 2: Kare prizma 8 köşe ve 12 ayrıtı vardır.

\* Soru 3: Kare prizmanın yan ayrıtları birbirine eşit ve paralel midir?  
 \* Çözüm 3: Kare prizmanın yan ayrıtları bütününe eşit ve paraleldir.

\* Soru 4: Üçgen prizmanın kaç köşesi ve kaç ayrıtı vardır?  
 \* Çözüm 4: Üçgen prizmanın 6 köşesi ve 9 ayrıtı vardır.

\* Soru 5: Üçgen prizmanın kaç tane yan ayrıtı vardır?  
 \* Çözüm 5: Üçgen prizmanın 3 tane yan ayrıtı vardır.

\* Soru 6: Bir kare prizma ve bir de üçgen prizma şekli çizerek köşelerine harfler yazınız. Bu prizmalarda birbirine paralel olan ayrıtları gösteriniz.

\* Çözüm 6:

Kare Prizma

Üçgen Prizma

DİK PRİZMALAR

224

Kare ve üçgen prizma birbirine paralel olan ayrıtları yan ayrıtlardır. Kare prizmadaki AE, HF, CG, OM yan ayrıtları üçgen prizmadaki AB, DE, CF yan ayrıtlarına paraleldir.

\* Soru 7: Dikdörtgenler prizmasında kaç tane yüzey köşegeni vardır ve bunların hangileri birbirine eşittir?  
 \* Çözüm 7: Dikdörtgenler prizmasında 6 yüzey ve her yüzeyde de 2'şer tane yüzey köşegeni olduğuna göre  $6 \cdot 2 = 12$  yüzey köşegeni vardır. Dikdörtgenler prizmasında eşit olan köşegenleri bulmak için şöyle akıl yürütmeliyiz. Bir dikdörtgenin köşegenleri eşittir. Ayrıca eşit dikdörtgenlerin köşegenleri de kendi aralarında eşittir.

Dikdörtgenler prizmasında karşılıklı dikdörtgenlerin, birbirine eşit olmasından dolayı köşegenleri de birbirine eşittir.

1) AC = BD = EG = HF  
 2) ED = AH = FC = GB  
 3) AF = BE = DG = HC

köşegenleri birbirlerine eşittirler.

\* Soru 8: Dikdörtgenler prizmasında kaç tane cisim köşegeni vardır? Bunlar, birbirine eşit midir?  
 \* Çözüm 8: Dikdörtgenler prizmasında bir yüz üzerinde olmayan karşı iki köşeyi birleştiren doğru parçası cisim köşegeni olarak isimlendirildiğine göre, bu koşulu gerçekleyen 4 tane cisim köşegeni vardır. Bunlar: [BH], [AG], [CE], [DF] olup birbirlerine eşitler. Bu nedenle  $4 \cdot 1 = 4$  yazabiliriz.

DİK PRİZMALAR

225

\* Soru 9: Bir dikdörtgenler prizmasının boyutları;  $a = 5$  cm,  $b = 3$  cm ve  $c = 6$  cm'dir. Bu dikdörtgenler prizmasının tüm alanı ve hacmini hesaplayınız.

\* Çözüm 9: Dikdörtgenler prizmasının tüm alanı;

$$S = 2(ab + ac + bc) +$$

$$S = 2(5 \cdot 3 + 5 \cdot 6 + 3 \cdot 6) + S = 2(15 + 30 + 18)$$

$$+ S = 126 \text{ cm}^2 \text{ hesaplanır.}$$

Dikdörtgenler prizmasının hacmi :

$$V = a \cdot b \cdot c = 5 \cdot 3 \cdot 6 + V = 90 \text{ cm}^3 \text{ dir.}$$

\* Soru 10: Bir kare prizması tabanının bir kenarı  $a = 8$  cm ve yüksekliği 17 cm'dir. Bu kare prizmanın tüm alanı ile hacmini hesaplayınız.

\* Çözüm 10: Kare prizmasının tüm alanı;

$$S = 2(a^2 + ac + ac) +$$

$$S = 2(8^2 + 8 \cdot 17 + 8 \cdot 17)$$

$$= 2(336) + S = 672 \text{ cm}^2 \text{ hesaplanır.}$$

Kare Prizmanın Hacmi :

$$V = a^2 \cdot c + V = 8^2 \cdot 17 = 1088 \text{ cm}^3 \text{ dir.}$$

$c = 17$  cm

$b = a = 8$  cm

