



SBS 6 sınıf Adaylarına ;

Çarpanlar ve Asal Sayılar ,Ortak bölenler, Katlar,

Kalansız Bölünebilme(2,3, 9) kuralları,

EBOB, EKOK, Bölmede

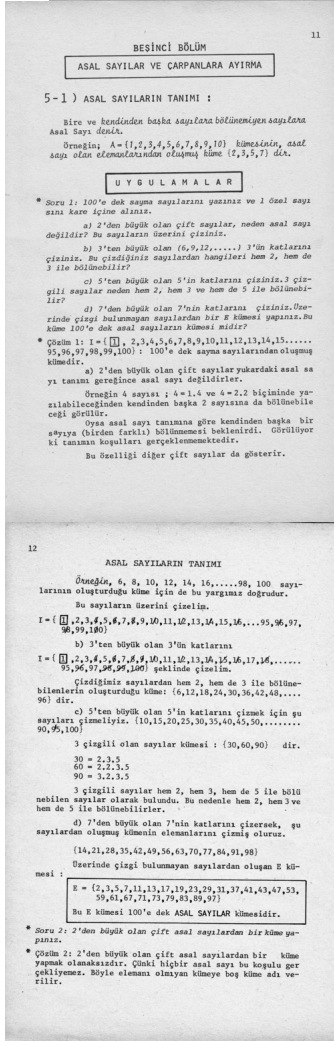
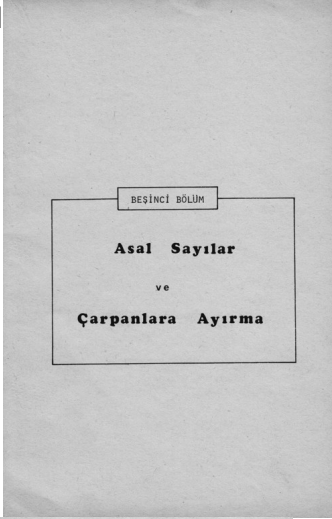
kalanlar,konularını öğreten Çözümlü sorular.[\[tıklayınız\]](#)

Matematik Öğretmeni (İTÜ, MÜ)[Kemal Türkeli](#)

kemal_turkeli@yahoo.com, www.kemalturkeli.com Matematik Öğretmeni yazar Kemal Türkeli

özel ders vererek SBS'de puanınızı

yükseltir istediğiniz Anadolu Lisesini garantili kazandırır.



ASAL SAYILARIN TANIMI

13

- * Soru 3: Birün tek sayılar, birer asal sayı mıdır?
- * Çözüm 3: Yukarıdaki 1 No'lu problemde bulunduğumuz Asal sayı lar kümesinde bütün tek sayıların yer almadığına hatırlayınız.
Örneğin 9 sayısını tek sayı olmasına rağmen asal sayı değildir. Çünkü $9 = 3 \cdot 3$ şeklinde yeni kendinden farklı iki sayıya sayısının çarpımı olarak yazılabilmektedir.
Oysa asal sayı tanımını hatırlarsak 9 sayısının kendinden başka sayılara bölünmemesi gerektirir. Bu nedenle 9'a asal sayıdır diyemeyiz. Öyle ise bütün tek sayılar birer asal sayı değildir diyebiliriz. Ancak bazı tek sayılar *hat bix asal sayı olabilir, diyebiliriz.*
- * Soru 4: Her asal sayı tek sayı mıdır?
- * Çözüm 4: Yukarıda bulunduğumuz asal sayılar kümesini hatırlarsak 2 sayısı da bir asal sayı idi.
Oysa 2 sayısı çift sayıdır. Görüyoruz ki; Her asal sayı tek sayı değildir.
- * Soru 5: 50'ye dek asal sayı olmayan tek sayılardan bir küme yapınız.
- * Çözüm 5: 50'ye dek asal sayı olmayan tek sayılardan bir küme yaparak şu kümeyi bulunuz.
 $\{1, 9, 15, 21, 25, 27, 33, 35, 39, 45, 49\}$
- * Soru 6: Aşağıdaki sayıların her birini, kendinden küçük olan iki sayıya sayısının çarpımı şeklinde yazınız. Bunlardan hangileri, kendinden küçük olan iki sayının çarpımı biçiminde yazılabiliyor?
- a) 12 b) 19 c) 27 d) 23 e) 36 f) 41 g) 49 h) 35
- * Çözüm 6: a) $12 = 2 \cdot 6$, $12 = 4 \cdot 3$, $12 = 1 \cdot 12$
b) 19 = 1, 19 i kendinden küçük olan iki sayının çarpımı biçiminde yazılamaz. Yeni tamın gereğince asal sayıdır.
c) $27 = 3 \cdot 9$, $27 = 1 \cdot 27$
d) $23 = 1 \cdot 23$ Görüyoruz ki 23 sayısını kendinden küçük olan iki sayının çarpımı biçiminde yazılamaz. Asal sayı tanıma gereğince 23 sayısını bu nedenle asal sayıdır denir.
e) $36 = 4 \cdot 9$, $36 = 2 \cdot 18$, $36 = 12 \cdot 3$
f) $41 = 1 \cdot 41$

14

ASAL SAYILARIN TANIMI

Görülüyor ki 41 asal sayıdır.

- a) $49 = 7 \cdot 7$
b) $35 = 5 \cdot 7$

- * Soru 7: 10 ile 100 arasındaki asal sayıların birler basamağında 5 rakamı var mıdır?
- * Çözüm 7: 10 ile 100 arasındaki asal sayılar kümesi: {11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97}
Görüldüğü ki hiç bir sayının birler basamağında 5 rakamı yoktur.
Zaten olması da: Çünkü birler basamağında beş rakama olan bir sayı olsa bu sayı 5'e bölünebilirdi. Oysa hiç bir asal sayının kendinden başka bir sayıya bölünemeyeceğini biliyoruz.
Öyle ise varacağımsı sonuç böyle bir sayı asal sayı olamaz. Veya verilen asal sayılar kümesinin böyle bir elemanı olamaz diyebiliriz.
- * Soru 8: 7'den büyük olan asal sayıların birler basamağında hangi rakamlar vardır?
- * Çözüm 8: 7'den büyük olan asal sayıların birler basamağında bulunan rakamlardan bir küme oluşturarak aşağıdaki kümeyi bulunuz.
 $\{1, 3, 7, 9\}$
- * Soru 9: 4'ten 24'de dek çift sayıları yazınız. Bu çift sayılardan her biri, iki asal sayının toplamına eşit midir?
- * Çözüm 9: 4'ten 24'de dek çift sayıları yazmakla oluşturduğumuz kümeyi yazalım:
(4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24)
Bu sayılardan her birinin, iki asal sayının toplamına eşit olup olmadığına bakalım.

$$\begin{array}{l} 4 = 2 + 2 \\ 6 = 3 + 3 \\ 8 = 3 + 5 \\ 10 = 3 + 7 \quad 10 = 5 + 5 \\ 12 = 5 + 7 \\ 14 = 7 + 7 \quad 14 = 3 + 11 \\ 16 = 11 + 5 \end{array}$$

15

ASAL SAYILARIN TANIMI

$$\begin{array}{l} 18 = 13 + 5, \quad 18 = 7 + 11 \\ 20 = 17 + 3, \quad 20 = 13 + 7 \\ 22 = 19 + 3, \quad 22 = 17 + 5 \\ 24 = 19 + 5, \quad 24 = 17 + 7 \end{array}$$

Görüyoruz ki yukarıdaki tüm sayılar, iki asal sayının toplamına eşittir.

5-2) BİR SAYININ ÇARPANLARI

24 sayısına, 4 sayıya çarpıma olarak:
 $24 = 1 \cdot 24$, $24 = 2 \cdot 12$, $24 = 3 \cdot 8$ çarpanlardan biri ile yazılabılır.
 $24 = 1 \cdot 12$ yazılma şeklinde 1, 12 sayılarına 24'ün çarpanları adı verilir.
24 sayısına asal çarpanların çarpımı biçiminde yazılabilir.

$$\begin{array}{l} 24 \\ 12 \\ 6 \\ 3 \\ 1 \end{array} \quad 24 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 2^3 \cdot 3$$

S O R U L A R :

- * Soru 1: 36 sayısının asal çarpanlarına ayırınız?
- * Çözüm 1:
 $\begin{array}{l} 36 \\ 18 \\ 9 \\ 3 \\ 1 \end{array} \quad 36 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 2^2 \cdot 3^2$
- * Soru 2: 60 sayısının asal çarpanlarına ayırınız?
- * Çözüm 2:
 $\begin{array}{l} 60 \\ 30 \\ 15 \\ 5 \\ 1 \end{array} \quad 60 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$

16

BİR SAYININ ÇARPANLARI

* Soru 3: Aşağıda verilen sayıları asal çarpanlarına ayırınız.

a) 16 b) 21 c) 24 d) 36 e) 39 f) 42 g) 48
h) 72 i) 66 j) 96 k) 156 l) 250

* Çözüm 3:

a) $16 = 2^4$

b) $21 = 3 \cdot 7$

c) $24 = 2^3 \cdot 3$

d) $36 = 2^2 \cdot 3^2$

e) $39 = 3 \cdot 13$

f) $42 = 2 \cdot 3 \cdot 7$

g) $48 = 2^4 \cdot 3$

h) $72 = 2^3 \cdot 3^2$

i) $66 = 2 \cdot 3 \cdot 11$

j) $96 = 2^5 \cdot 3$

k) $156 = 2^2 \cdot 3 \cdot 13$

l) $250 = 2 \cdot 5^3$

17

BİR SAYININ ÇARPANLARI

b) $72 = 2^3 \cdot 3^2$

i) $66 = 2 \cdot 3 \cdot 11$

k) $96 = 2^5 \cdot 3$

j) $156 = 2^2 \cdot 3 \cdot 13$

k) $250 = 2 \cdot 5^3$

5 = 3) BÖLÜNEBİLME

a) Bölünebilir mi? Neden?

Bir sayı, başka bir sayı ile bölündüğü zaman kalan yoksa (yani sıfırsa) bölünürse sayı diğer sayıya bölünebilir deriz.

Örneğin 12(12 : 3 = 4) sayısını 3 veya 4'e bölünürse kalan sıfırdır.

Bu nedenle 12, 3 ve 4'e bölünebilir diyebiliriz.

b) 2 ve 5 ile bölünebilir mi?

F = 2

18

BÖLÜNEBİLME

Birler basamağı sıfır ya da çift olan her sayı 2 ile bölünebilir.

Örneğin 64 sayısının birler basamağındaki 4 sayısı çift olduğundan, 64 sayısı 2 ile bölünebilir deriz.

SORULAR

* Soru 1: 1 ile 30 arasında, 2 ile bölünebilen sayıların kümesini yapınız.

* Çözüm 1: 1 ile 30 arasında, 2 ile bölünebilen sayıların kümesini oluşturmak için birler basamağı sıfır ya da çift olan sayıları alacağız.

Ardışık küme : {2,4,6,8,10,12,14,16,18,20,22,24,26,28}

* Soru 2: 6 ve 7 rakamları ile yazılan ve 2 ile bölünebilen kaç tane sayı vardır?

* Çözüm 2: 6 ve 7 rakamları ile yazılan sayılar 67 ve 76'dır. Bu sayılardan yalnız 76, 2 ile bölünebilir. Çünkü birler basamağı çift bir sayıdır.

* Soru 3: 0, 4, 7 rakamları ile yazılan üç basamaklı sayılardan hangileri 2 ile bölünebilir?

* Çözüm 3: 0, 4, 7 rakamları ile yazılabilen üç basamaklı sayılar:

407	704
470	740

dir. Bunlardan birler basamağı sıfır ya da çift olan 470, 704, 740 sayıları iki ile bölünebilirler.

* Soru 4: (3H) sayısını, iki basamaklı bir sayıdır. H yerine hangi rakamlar yazılmalıdır ki, bu sayı 2 ile bölünebilsin?

* Çözüm 4: H yerine 0, 2, 4, 6, 8 rakamları yazılmalıdır ki bu sayı 2 ile bölünebilsin.

Yeni (3H) sayısı : 30, 32, 34, 36, 38 şeklinde ise 2 ile bölünebilir.

* Soru 5: 2 ile bölünebilen 4 basamaklı 5 tane sayı yazınız

* Çözüm 5: 2 ile bölünebilen 4 basamaklı 5 sayı: 7190, 7192, 7194, 7196, 7198 dir.

BÖLÜNEBİLME

19

- * Soru 6: 8 sayısının 5 ile çarpanı d'ir ve bu sayının birler basamağı sıfırdır. Her çift sayı 5 ile çarpıldığı zaman çarpanın birler basamağı sıfır olur mu?

* Çözüm 6:

8,5 = 40
2,5 = 10
4,5 = 20
6,5 = 30

Örneklerinden de göreceğiniz gibi her çift sayı 5 ile çarpıldığı zaman çarpanın birler basamağı sıfır olmaktadır.

SONUÇ : Her çift sayı 5 ile çarpıldığı zaman çarpanın birler basamağı sıfırdır.

- * Soru 7: 7 sayısının 5 ile çarpanı 35'tir. Bu sayının birler basamağı 5'tir. Başka tek sayıları 5 ile çarpınız. Bulduğunuz çarpanların birler basamağı 5 midir?

* Çözüm 7:

3,5 = 15
5,5 = 25
7,5 = 35
9,5 = 45
11,5 = 55

Yukarıda yaptığınız örneklerden gördüğünüz gibi, tek sayıların 5 ile çarpımları sonucu bulacağınız çarpanların birler basamağı 5 olmaktadır.

5 ile bölünebilen sayıların birler basamağı 0 ve 5 olan tek sayı 5 ile bölünür.

SORULARI

- * Soru 1: 1 ile 50 arasında 5 ile bölünebilen sayıların kümesini yapınız.
- * Çözüm 1: 1 ile 50 arasında 5 ile bölünebilen sayılar kümesi {5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45} dir.
- Dikkat ederseniz kümenin tüm elemanları 5 ile bölünebilen sayılardan oluşmaktadır. Yani her sayının birler basamağı ya sıfır ya da beştir.
- * Soru 2: 0, 2 ve 5 rakamları ile yazılabilen üç basamaklı

BÖLÜNEBİLME

20

sayıların hangileri 5 ile bölünebilir?

- * Çözüm 2: 0, 2 ve 5 rakamları ile yazılabilen üç basamaklı sayılar kümesi

{205, 250, 502, 520} dir.

Bu kümenin 5 ile bölünebilen sayılardan oluştuğunu gözlemleyebilirsiniz.

{205, 250, 520} dir.

- * Soru 3: (7A), iki basamaklı bir sayıdır. Bu sayının 5 ile bölünebilmesi için, A yerine hangi rakamlar yazılmalıdır?
- * Çözüm 3: (7A) iki basamaklı bir sayı olup, bu sayının 5 ile bölünebilmesi için A yerine 0 veya 5 rakamı yazmak gerekir.

Aranılan sayılar 70, 75 dir.

- * Soru 4: 3, 5, 0 ve 4 rakamları ile yazılan 4 basamaklı sayılardan, 5 ile bölünebilen sayıların toplamı kaçtır?
- * Çözüm 4: Sonu 0'la biten 4 basamaklı 6 tane sayı yazılabilir.

Bunlar : 3540
5340
5430
3450
4350
4530 dir.

sonu 5 ile biten 4 basamaklı 4 sayı yazılabilir.

Bunlar : 3045
3405
4035
4305

SONUÇ : 3, 5, 0 ve 4 rakamları ile yazılan, 5 ile bölünebilen 4 basamaklı sayıların oluşturduğu küme: {3540, 5340, 5430, 3450, 4350, 4530, 3045, 3405, 4035, 4305} dir.

c) 3 ve 9 ile bölünebilen

Bir sayının 5 ile bölünebilen sayıların toplamının 3'ün katı olmasıdır.

BÖLÜNEBİLME

21

Bir sayının 9 ile bölünebilen sayıların toplamının 9'un katı olmasıdır.

UYGULAMALAR

- * Soru 1: 1 ile 50 arasında 3 ile bölünebilen sayılardan A, 9 ile bölünebilen sayılardan B kümesini yapınız.

* Çözüm 1: 1 ile 50 arasında olan ve 3 ile bölünebilen sayıların oluşturduğu A kümesi: A = {3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, 36, 39, 42, 45, 48} dir.

1 ile 50 arasında olan ve 9 ile bölünebilen sayıların oluşturduğu B kümesi: B = {9, 18, 27, 36, 45} dir.

- * Soru 2: 5 ve 7 rakamları ile yazılan sayılar 3 ile bölünebilir mi?

* Çözüm 2: 5 ve 7 rakamları ile 50 ve 75 rakamları yazılabilir. İki sayının 3 ile bölünebilen sayıların toplamının 3'ün katı olup olmadığını araştırınız.

$5+7=12$ olup $12=3 \cdot 4$ dir.

Yani 12 sayısı 3'ün katıdır. Bu nedenle 3 ile bölünebilen sayıların toplamı 3'ün katıdır.

* Soru 3: 9 ile bölünebilen her sayı, 3 ile bölünebilir mi?

* Çözüm 3: 9 ile bölünebilen her sayının rakamlarının toplamı 9'un katı olduğuna göre 3'ün katı da olacaktır, diyebiliriz. Bu nedenle 9 ile bölünebilen her sayı 3 ile de bölünebilir.

- * Soru 4: 3 ile bölünebilen her sayı 9 ile bölünebilir mi?

* Çözüm 4: 3 ile bölünebilen her sayının rakamlarının toplamı 3 veya 3'ün katıdır.

Oysa aynı sayının 9 ile bölünebilmesi için rakamlarının toplamı 9 veya 9'un katı olmalıdır. 3 ile bölünebilen her sayının rakamlarının toplamı bu iki şartı birden her zaman karşılamaz. Bu nedenle 3 ile bölünebilen her sayı 9 ile bölünmez.

Örneğin : 12 sayısının rakamlarının toplamı $1+2=3$ olup bu sayı 3 ile bölünebilir. Fakat 3 sayısının 9'un katı olmadığından 12 sayısı 9'la bölünmez.

22

BÖLÜNEBİLME

- * Soru 5: (3M5) gibi üç basamaklı bir sayı veriliyor. Kare işaretli yerine hangi rakamlara yazılmalıdır ki, elde edilen sayı 3 ile bölünebilsin?
- * Çözüm 5: (3M5) gibi 3 basamaklı bir sayı verilmiş bulunuyor. Kare işaretli yerine öyle rakamlar yazılmalıdır ki orta ya çıkan üç basamaklı sayılar 3'le bölünebilsin koşulunu gerçeklesinsin.
- M işaretli yerine 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 ve 9 rakamlarından birini yazarak bulacağımız sayıları 3'le bölünebilsin koşulu bakımından inceleyelim.
- $m = 0 = 305 = 3 + 0 + 5 = 8 \neq 3$ 'ün katı değil $\rightarrow 3$ ile bölünmez
- $m = 1 = 315 = 3 + 1 + 5 = 9 \neq 3$ 'ün katı olup $\rightarrow 3$ ile bölünebilir
- $m = 2 = 325 = 3 + 2 + 5 = 10 \neq 3$ 'ün katı değil
- $m = 3 = 335 = 3 + 3 + 5 = 11 \neq 3$ 'ün katı değil
- $m = 4 = 345 = 3 + 4 + 5 = 12 = 3$ 'ün katı olup 3 ile bölünebilir.
- $m = 5 = 355 = 3 + 5 + 5 = 13 \neq 3$ 'ün katı değil
- $m = 6 = 365 = 3 + 6 + 5 = 14 \neq 3$ 'ün katı değil
- $m = 7 = 375 = 3 + 7 + 5 = 15 = 3$ 'ün katı olup 3 ile bölünebilir.
- $m = 8 = 385 = 3 + 8 + 5 = 16 \neq 3$ 'ün katı değil
- $m = 9 = 395 = 3 + 9 + 5 = 17 \neq 3$ 'ün katı değil

M işaretli yerine gelebilecek tüm rakamları yazarak hangi rakamlarla 3 ile bölünebilsin koşulunu gerçekleştirebildiklerini görebiliriz.

Sonuç : M yerine M=1, M=4 ve M=7 rakamları yazılırsa elde edilen sayılar 3 ile bölünebilir.

3M5 = 315
3M5 = 345
3M5 = 375

sayıları aranan sayılardır.

* Soru 6: (37M) üç basamaklı sayıdır, birler basamağında hem 9 rakam yazılmalıdır ki, bu sayı 9 ile bölünebilsin?

* Çözüm 6: (37M) üç basamaklı sayıda birler basamağında M işaretli yerine öyle rakamlar yazılmalıdır ki $3+7+M$ toplam

23

BÖLÜNEBİLME

na 9'un katı olabilsin.

3 ile 7'nin toplamı $3+7=10$ olduğundan bu koşulu ancak $M=8$ sayısı gerçekleştirebilir.

Çünkü $10+8=18$ olup 9'un iki katıdır. (18=2.9)

Sonuç : M yerine M=8 rakamı yazılırsa bu sayı 9 ile bölünebilir.

* Soru 7: 3 ile bölünebilen 5 basamaklı 5 tane sayı yazınız

* Çözüm 7: 3 ile bölünebilen 5 basamaklı 5 tane sayı yazmak istiyorsanız, ilk önce 3'ün katı olan 5 basamaklı sayıların ve bunların toplamının 3'ün katı olmasıdır.

$3 \times 12345 = 36990$ 5 basamaklı sayıların toplamı 36990'dur. Rakamların 4'ü belli belli değildir.

M yerine M=1 yazarsak,

$3 \times 1234 = 3702$ 5 basamaklı 5 tane sayı yazmak istiyorsanız, ilk önce 3'ün katı olan 5 basamaklı sayıların ve bunların toplamının 3'ün katı olmasıdır.

Sonuç : 3 ile bölünebilen 5 basamaklı 5 tane sayı yazınız

* Çözüm 8: 9 ile bölünebilen 4 basamaklı bir sayının rakamları toplamı dokuzun katı olmalıdır.

721M = $7+2+1+M = 10+M = 9$ yerine 8 yazmak gerekir. 7218 = sayı 9'la bölünebilir. Sonuçteğilde de bu 4 sayı rakamların yerini değiştirerek veya yukarıdaki gibi aklı yitirerek bulunabiliriz.

Sonuç : 7218, 2178, 2187, 2127 dir.

* Soru 9: 24 sayısının hem 2 ile ve hem de 3 ile bölünebilen bir sayıdır. Bu sayı 2,3 ve 6 ile bölünebilir mi?

* Çözüm 9: 24 sayısının birler basamağı çift ve $2+4=6=2.3$

24

BÖLÜNEBİLME

rakamlarının toplamı 4'ün katı olduğundan; 24 sayısının hem 2 ile hem de 3 ile bölünebilir.

24 sayısının $24 = (2.3).4 = 6.4$ şeklinde yazılabileceğinden 6 ile bölünebilir.

* Soru 10: Aşağıdaki sayılardan hangileri 6 ile bölünebilir

a) 75 b) 84 c) 630 d) 238 e) 522

* Çözüm 10: a) 75 sayısının 6 ile bölünebilmesi için iki koşulu gerçekleştirmesi gerekir.

I) Birler basamağı çift sayı olmalıdır. II) Rakamlarının toplamı 3'ün katı olmalıdır.

1. Koşulu 75 sayısının gerçekleştirdiğini görüyoruz. Çünkü 5 çift sayı değildir.

Bu nedenle II. koşula bakmadan 75 sayısının 6 ile bölünemez diyebiliriz.

b) 84 sayısının iki koşulu birden gerçekleştirebilir. Yani hem çift sayıdır. Hem de $8+4=12=3.4$ rakamlarının toplamı 3'ün katıdır.

Sonuç : 84 sayısının 6 ile bölünebilir.

c) 630 sayısının hem çift sayıdır. Hem de rakamlarının toplamı $6+3+0=9=3.3$ 'ün katıdır.

Sonuç : 630 sayısının 6 ile bölünebilir.

d) 238 sayısının çift sayıdır. Fakat rakamlarının toplamı $2+3+8=13$ 'ün katı değildir. Yani iki koşulu birden gerçekleştirmiyor.

Sonuç : 238 sayısının 6 ile bölünmez.

e) 522 sayısının bir çift sayıdır. Rakamlarının toplamı da $5+2+2=9=3.3$ 'ün katıdır.

Sonuç : 522 sayısının 6 ile bölünebilir.

5-4) ORTAK BÖLENLERİN EN BÜYÜĞÜ

a) Bir sayının bölenler kümesi :

ORTAK BÖLENLERİN EN BÜYÜĞÜ

25

U Y G U L A M A L A R

* Soru 1: 24 ve 60 sayılarının bölenler kümesini bulunuz.

* Çözüm 1:

$$\begin{array}{l} 24 \begin{array}{l} 2 \\ 3 \end{array} \\ 12 \begin{array}{l} 2 \\ 3 \end{array} \\ 6 \begin{array}{l} 2 \\ 3 \end{array} \\ 4 \begin{array}{l} 2 \\ 3 \end{array} \\ 3 \begin{array}{l} 2 \\ 3 \end{array} \\ 2 \begin{array}{l} 2 \\ 3 \end{array} \\ 1 \end{array}$$

$$24 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 2 \cdot (2 \cdot 2 \cdot 3) = 2 \cdot 12$$

$$24 = (2 \cdot 2 \cdot 2) \cdot 3 = 3 \cdot 8$$

$$24 = (2 \cdot 3) \cdot (2 \cdot 2) = 4 \cdot 6$$

$$24 = 1 \cdot 24 = 2 \cdot 12 = 3 \cdot 8 = 4 \cdot 6$$

$$24_B = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$$

60 sayısının bölenler kümesi:

$$\begin{array}{l} 60 \begin{array}{l} 2 \\ 3 \end{array} \\ 30 \begin{array}{l} 2 \\ 3 \end{array} \\ 15 \begin{array}{l} 2 \\ 3 \end{array} \\ 10 \begin{array}{l} 2 \\ 3 \end{array} \\ 6 \begin{array}{l} 2 \\ 3 \end{array} \\ 5 \begin{array}{l} 2 \\ 3 \end{array} \\ 4 \begin{array}{l} 2 \\ 3 \end{array} \\ 3 \begin{array}{l} 2 \\ 3 \end{array} \\ 2 \begin{array}{l} 2 \\ 3 \end{array} \\ 1 \end{array}$$

$$60 = 1 \cdot 60$$

$$60 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 2 \cdot 30$$

$$60 = (2 \cdot 2) \cdot (3 \cdot 5) = 4 \cdot 15$$

$$60 = (2 \cdot 3) \cdot (2 \cdot 5) = 6 \cdot 10$$

$$60_B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 15, 30, 60\}$$

* Soru 2: 1'den 30'a dek sayıların her birinin bölenler kümesini bulunuz.

* 1'den 30'a dek sayıların bölenler kümesi:

$$1_B = \{1\}$$

$$2_B = \{1, 2\}$$

$$3_B = \{1, 3\}$$

$$4_B = \{1, 2, 4\}$$

$$5_B = \{1, 5\}$$

$$6_B = \{1, 2, 3, 6\}$$

$$7_B = \{1, 7\}$$

$$8_B = \{1, 2, 4, 8\}$$

$$9_B = \{1, 3, 9\}$$

$$10_B = \{1, 2, 5, 10\}$$

ORTAK BÖLENLERİN EN BÜYÜĞÜ

26

$$11_B = \{1, 11\}$$

$$12_B = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$$

$$13_B = \{1, 13\}$$

$$14_B = \{1, 2, 7, 14\}$$

$$15_B = \{1, 3, 5, 15\}$$

$$16_B = \{1, 2, 4, 8, 16\}$$

$$17_B = \{1, 17\}$$

$$18_B = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$$

$$19_B = \{1, 19\}$$

$$20_B = \{1, 2, 4, 5, 10, 20\}$$

$$21_B = \{1, 3, 7, 21\}$$

$$22_B = \{1, 2, 11, 22\}$$

$$23_B = \{1, 23\}$$

$$24_B = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$$

$$25_B = \{1, 5, 25\}$$

$$26_B = \{1, 2, 13, 26\}$$

$$27_B = \{1, 3, 9, 27\}$$

$$28_B = \{1, 2, 4, 7, 14, 28\}$$

$$29_B = \{1, 29\}$$

$$30_B = \{1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30\}$$

* Soru 3: Bir sayının en büyük ve en küçük böleni hangi sayıdır.

* Çözüm 3: Bir sayının en büyük böleni kendisidir. Diğer yandan bir sayının en küçük böleni 1 rakamıdır.

b) İki sayının ortak bölenleri:

U Y G U L A M A L A R

* Soru 4: Aşağıda verilen sayıların bölenler kümesini bulunuz.

a) 16 b) 11 c) 20 d) 45 e) 72 f) 43

ORTAK BÖLENLERİN EN BÜYÜĞÜ

* Soru 1: a) $16 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2 \cdot 8 = 4 \cdot 4$

$$\begin{array}{l} 16 \begin{array}{l} 2 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \end{array} \\ 8 \begin{array}{l} 2 \\ 2 \\ 2 \end{array} \\ 4 \begin{array}{l} 2 \\ 2 \end{array} \\ 2 \begin{array}{l} 2 \end{array} \\ 1 \end{array}$$

$$16_B = \{1, 2, 4, 8, 16\}$$

b) $11_B = \{1, 11\}$

c) $20_B = \{1, 2, 4, 5, 10, 20\}$

d) $45_B = \{1, 3, 5, 9, 15, 45\}$

e) $72_B = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 24, 36, 72\}$

f) $43_B = \{1, 43\}$

* Soru: Aşağıda verilen sayı çiftlerinin ortak bölenlerinin en büyüğü bulunuz.

a) 6 ; 12 b) 28 ; 42 c) 15 ; 30

d) 36 ; 54 e) 9 ; 12 f) 12 ; 18

* Çözüm 2: a) $(6; 12)_{\text{obeb}} = 6$

$$\begin{array}{l} 6 \begin{array}{l} 2 \\ 3 \end{array} \\ 3 \begin{array}{l} 2 \\ 3 \end{array} \\ 2 \begin{array}{l} 2 \\ 3 \end{array} \\ 1 \end{array}$$

$$6 = 2 \cdot 3$$

$$12 \begin{array}{l} 2 \\ 2 \\ 3 \end{array}$$

$$12 = 2 \cdot 2 \cdot 3$$

6 ve 12 sayılarından her birinin bölenler kümesi

$$6_B = \{1, 2, 3, 6\}$$

$$12_B = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$$

dir.

Bu iki kümenin kesişim kümesi:

$$6_B \cap 12_B = \{1, 2, 3, 6\}$$

olur.

Elde ettiğimiz arakesit kümesine Ortak Bölenler Kümesi adı verilir. 6 bu kümenin en büyük sayıdır. Yani 6 sayıların 6 ve 12 sayılarının ortak olarak bölen sayıların en büyüğü olduğu görülmüştür.

Bu nedenle bu sayıya 6 ve 12 sayılarının ortak böleninin en büyüğü adı verilir.

28

ORTAK BÖLENLERİN EN BÜYÜĞÜ

$(6; 12) \text{obeb} = 6$

Bu sayıların ortak bölenlerinin en büyüğü, bir de asal çarpanlar yolu ile bulalım.

$6 = 2 \cdot 3$
 $12 = 2^2 \cdot 3$

$(6; 12) \text{obeb} = 2 \cdot 3 = 6$ bulunur.

b) $(28; 42) \text{obeb} = ?$

$28 \begin{array}{l} 2 \\ 2 \\ 7 \\ 1 \end{array}$ $42 \begin{array}{l} 2 \\ 3 \\ 7 \\ 1 \end{array}$ $42 = 2 \cdot 3 \cdot 7$

Verilen sayıların ortak bölenlerinin en büyüğü Önce asıl çarpanlar yolu ile bulalım.

$28 = 2^2 \cdot 7$
 $42 = 2 \cdot 3 \cdot 7$

$(28; 42) \text{obeb} = 2 \cdot 7 = 14$ bulunur.

28 ve 42 sayılarının her birinin bölenler kümesini bulalım.

$28_B = \{1, 2, 4, 7, 14, 28\}$
 $42_B = \{1, 2, 3, 6, 14, 21, 42\}$

$28_B \cap 42_B = \{1, 2, 4, 7, 14, 28\} \cap \{1, 2, 3, 6, 14, 21, 42\} = \{1, 2, 14\}$

Bulunan ortak bölenler kümesinin en büyük sayısı aradığimiz sayıdır. Yani 28 ve 42 sayılarının ortak olarak bölünen sayısının en büyüğü 14'tür.

c) $(15; 30) \text{obeb} = ?$

I. Yol : Asal çarpanlara ayırarak,

$15 \begin{array}{l} 3 \\ 5 \\ 1 \end{array}$ $30 \begin{array}{l} 2 \\ 3 \\ 5 \\ 1 \end{array}$ $30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$

29

ORTAK BÖLENLERİN EN BÜYÜĞÜ

$15 = 3 \cdot 5$
 $30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$

$(15; 30) \text{obeb} = 3 \cdot 5 = 15$ 'tir.

II. Yol : İki sayının bölenler kümesinin en büyük sayısını bularak gözümler.

$15_B = \{1, 3, 5, 15\}$
 $30_B = \{1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30\}$

$15_B \cap 30_B = \{1, 3, 5, 15\}$ dir.

Ortak bölenlerin en büyüğünün 15 sayısı olduğu görülüyor.

$(15; 30) \text{obeb} = 15$

d) $(36; 54) \text{obeb} = ?$

I. Yol :

$36 \begin{array}{l} 2 \\ 2 \\ 3 \\ 3 \\ 1 \end{array}$ $54 \begin{array}{l} 2 \\ 3 \\ 3 \\ 3 \\ 1 \end{array}$ $54 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$

$36 = 2^2 \cdot 3^2$
 $54 = 2 \cdot 3^3$

$(36; 54) \text{obeb} = 2 \cdot 3^2 = 2 \cdot 9 = 18$

Dikkat etmişseniz daha önce yaptığımız gibi 36 ve 54 sayılarının ortak bölenlerinin en büyüğü, ortak bölen asal çarpanlarının en büyük ünitelerinin çarpımı olarak bulundu.

II. Yol :

$36_B = \{1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36\}$
 $54_B = \{1, 2, 3, 6, 9, 18, 27, 54\}$

$36_B \cap 54_B = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$

30

ORTAK BÖLENLERİN EN BÜYÜĞÜ

İki sayının ortak bölenler kümesinin en büyük elemanının 18 sayısı olduğu görülüyor.

e) $(19; 12) \text{obeb} = ?$

I. Yol :

$9 \begin{array}{l} 3 \\ 3 \\ 1 \end{array}$ $12 \begin{array}{l} 2 \\ 2 \\ 3 \\ 1 \end{array}$ $12 = 2 \cdot 2 \cdot 3$

$9 = 3^2$
 $12 = 2^2 \cdot 3$

$(9; 12) \text{obeb} = 3$ bulunur.

II. Yol :

$9_B = \{1, 3, 9\}$
 $12_B = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$

$9_B \cap 12_B = \{1, 3, 9\} \cap \{1, 2, 3, 4, 6, 12\} = \{1, 3\}$

Kümesinden görülüyor ki ortak bölenlerin en büyüğü 3 sayıdır.

f) $(11; 18) \text{obeb} = ?$

$11 \begin{array}{l} 11 \\ 1 \end{array}$ $18 \begin{array}{l} 2 \\ 3 \\ 3 \\ 1 \end{array}$

$11_B = \{1, 11\}$
 $18_B = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$

$11_B \cap 18_B = \{1, 11\} \cap \{1, 2, 3, 6, 9, 18\} = \{1\}$

Görüyoruz ki 11 ve 18 sayılarının ortak bölenleri yalnızca 1'dir. Bu nedenle ortak bölenlerin en büyüğü de biridir.

ORTAK BÖLENLERİN EN BÜYÜĞÜ

Sonuç : 11 ve 18 sayı çiftinin ortak bölenlerinin en büyüğü birdir.

* Soru 3: İki sayı verildiği zaman bunlardan biri öbürünün tam olarak bölerse, bu iki sayının ortak bölenlerinin en büyüğü hangisidir?

* Çözüm 3: İki sayı verildiği zaman bunlardan biri öbürünü tam olarak bölerse, bu iki sayının ortak bölenlerinin en büyüğü küçük olan sayıdır.

Örneğin : 6 ve 12 sayılarından 6, 12'yi tam olarak böler. $12 = 6 \cdot 2$

Bu nedenle 6 ve 12 sayılarının ortak bölenlerinin en büyüğü küçük olan 6 sayıdır.

* Soru 4: Aşağıda verilen sayıların, ortak bölenlerinin en büyüğü bulunur.

a) 7 ; 21 ; 14 b) 18 ; 27 ; 45 c) 21 ; 24 ; 23

* Çözüm 4: a) (7 ; 21 ; 14)obeb = ?

I. Yol :

$$\begin{array}{r|l} 7 & 21 \\ 1 & 7 = 1 \cdot 7 \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 21 & 3 \\ 1 & 21 = 3 \cdot 7 \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 14 & 2 \\ 1 & 14 = 2 \cdot 7 \end{array}$$

7 = 1 · 7
21 = 3 · 7
14 = 2 · 7

(7, 21, 14)obeb = 7 bulunur.

II. Yol :

$$\begin{array}{l} 7_0 = \{1, 7\} \\ 21_0 = \{1, 3, 7, 21\} \\ 14_0 = \{1, 2, 7, 14\} \\ (7_0 \cap 21_0) \cap 14_0 = \{1, 7\} \cap \{1, 2, 7, 14\} = \{1, 7\} \end{array}$$

(7, 21, 14)obeb = 7 dir.

ORTAK BÖLENLERİN EN BÜYÜĞÜ

b) (18, 27, 45)obeb = ?

I. Yol :

$$\begin{array}{r|l} 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & 1 \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 27 & 3 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & 1 \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 45 & 3 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & 1 \end{array}$$

18 = 2 · 3²
27 = 3 · 3²
45 = 5 · 3²

(18, 27, 45)obeb = 3² = 9 dur.

II. Yol :

$$\begin{array}{l} 18_0 = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\} \\ 27_0 = \{1, 3, 9, 27\} \\ 45_0 = \{1, 3, 5, 9, 15, 45\} \\ (18_0 \cap 27_0) \cap 45_0 = \{1, 3, 9\} \cap \{1, 3, 5, 9, 15, 45\} = \{1, 3, 9\} \end{array}$$

(18, 27, 45)obeb = 9'dur.

c) (21 ; 24 ; 23)obeb = ?

$$\begin{array}{r|l} 21 & 3 \\ 7 & 3 \\ 1 & 1 \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 24 & 2 \\ 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & 1 \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 23 & 23 \\ 1 & 1 \end{array}$$

21 = 3 · 7
24 = 2 · 2 · 2 · 3
23 = 1 · 23

21₀ = {1, 3, 7, 21}
24₀ = {1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24}
23₀ = {1, 23}

ORTAK BÖLENLERİN EN BÜYÜĞÜ

(21₀ ∩ 24₀) ∩ 23₀ = {1, 3} ∩ {1, 23} = {1}

Ortduyör ki 3 sayının ortak bölenlerinin en büyüğü 1' dir.

* Soru 5: 48 ve 72 sayıları veriliyor.

a) Bu sayıların ortak bölenlerinin en büyüğü olan sayı nedir?

b) Bu sayıların ortak bölenlerinin en büyüğü ne dir?

* Çözüm 5:

$$\begin{array}{r|l} 48 & 2 \\ 24 & 2 \\ 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & 1 \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 72 & 2 \\ 36 & 2 \\ 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & 1 \end{array}$$

48 = 2⁴ · 3
72 = 2³ · 3²

48₀ = {1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48}
72₀ = {1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 24, 36, 72}

48₀ ∩ 72₀ = {1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48} ∩ {1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 24, 36, 72}

48₀ ∩ 72₀ = {1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24}

Ortak bölenler kümesi incelense 48 ve 72 sayılarının en küçük ortak böleninin 2 sayısı olduğu görülür.

48 ve 72 sayılarının ortak bölenlerinin en büyüğünün 24 sayısı olduğu ortak bölenler kümesinden görülmektedir.

* Soru 6: a) Sayma sayıları kümesinde alınan iki sayının ortak bölenlerinin en büyüğü, bu kümenin bir elemanıdır mı?

b) Sayma sayıları kümesi, sayıların ortak bölenlerinin en büyüğü bulma işlemine göre, kapalılık özelliği gösterir mi?

* Çözüm 6:

a) Sayma sayıları kümesinde alınan iki sayının ortak bölenlerinin en büyüğü, gene bu kümenin bir elemanıdır.

b) Yukarıda belirtildiği gibi cevabın ışığında diyebiliriz ki; sayma sayıları kümesi, sayıların ortak bölen-

F - 3

34

ORTAK BÖLENLERİN EN BÜYÜĞÜ

rinin en büyüğü bulma işlemini göre kapıda.

* Soru 7: 48 m ve 72 m uzunluğunda iki ip var. Bu iki ip eğit parçalarına bölünmüştür. Parçalardan her birinin en büyük olması isteniyor.

a) Parçaların her birinin uzunluğu ne kadardır?
b) Her ip kaç eğit parçaya ayrılmıştır?

* Çözüm 7:

a) İki ip eğit parçalarına bölünmek istendiğine göre bu uzunluk 48 ve 72 sayılarının ortak bölenleri kümesinin bir elemanı olmalıdır.

Birde iki ipin kesilmesi ile elde edilecek eğit parçaların en uzun parçalar olması isteniyor.

Bu koşula göre en büyük 48 ve 72 sayılarının ortak bölenleri kümesinin en büyüğü olan sayıyı seçmeliyiz.

48 2	72 2
24 2	36 2
12 2	18 2
6 2	9 2
3 3	3 3
1 1	1 1

48_B = {1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48}

72_B = {1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 24, 36, 72}

48_B ∩ 72_B = {1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24}

Ortak bölenler kümesinin en büyüğü olan sayının 24 olduğu görülüyor. Yani parça脾lerinden her birinin uzunluğu 24 metredir. ve bunlar birbirine eşittir.

b) 48 : 24 = 2 olduğundan 48 metrelik ip 2 parçaya bölünmüştür. 72 : 24 = 3 olduğundan, 72 metrelik ip 3 eğit parçaya bölünmüştür.

* Soru 8: 28 ve 42 litrelik iki fıçı seyyirine su ile dolmuş. Bu iki fıçıda bulunan seyyirini eşit hacimli en büyük kaplara boşaltmak istiyoruz. Boşaltılacak kapların hacmi ne kadar olmalıdır?

* Çözüm 8: 28 ve 42 litrelik iki fıçı seyyirini eşit hacimli kaplara boşaltmak istiyoruz. Kapların hangi hacimlerde olabileceğini 28 ve 42 sayılarının ortak bölenleri kümesinin elemanlarını inceleyerek anlayabiliriz. Biz

35

ORTAK BÖLENLERİN EN BÜYÜĞÜ

en büyük kaplara boşaltmak istediğimizden ortak bölenlerin en büyüğüne eşit olmalıdır.

28 2	42 2
14 2	21 2
7 7	7 7
1 1	1 1

28_B = {1, 2, 4, 7, 14, 28}

42_B = {1, 2, 3, 6, 7, 14, 21, 42}

28_B ∩ 42_B = {1, 2, 7, 14}

Ortak bölenler kümesinin 28 ve 42 sayılarının ortak bölenlerinin en büyüğü 14 sayısını olduğu görülüyor.

Sonuç : Boşaltılacak kapların hacmi 14 litre olmalıdır.

5-5) BÖLMEDE KALANLAR :

Kalanın Bölme : Kalanı sıfır olan bölmeye denir.

U Y G U L A M A L A R

* Soru 1: Aşağıda verilen bölme işlemlerini ve sağlamalarını yapınız.

a) 311 : 17 = ?
b) 4501 : 36 = ?
c) 8819 : 29 = ?
d) 9027 : 125 = ?

* Çözüm 1:

a) 311 : 17 = ?

311 17	Söğütme :
-17 18	Bölünen = Bölüm.Bölen + Kalan
141	4
-138	311 = 18 . 17 + 5
5	311 = 305 + 5 = 311 olduğundan
	bölme işlemi doğrudur.

36

BÖLMEDE KALANLAR

b) 4501 : 36 = ?

4501 36	Söğütme :
-36 125 = Bölüm	4501 = 125.36 + 1
090	= 4500 + 1 = 4501 olduğundan
-72	bölme işlemi doğrudur.
181	
-180	
1 = Kalan	

c) 8819 : 29 = ?

8819 29	Söğütme :
-87 304 = Bölüm	8819 = 304.29 + 3
119	= 8816 + 3 = 8819 olduğundan
-118	bölme işlemi doğrudur.
1 = Kalan	

d) 9027 : 125 = ?

9027 125	Söğütme :
-875 27 = Bölüm	9027 = 72.125 + 27
277	= 9000 + 27 = 9027 olduğundan
-250	bölme işlemi doğrudur.
27 = Kalan	

* Soru 2: Bir bölme işleminde bölün 7, bölen 16 ve kalan 4 olduğuna göre, bölünen sayısını bulunuz.

* Çözüm 2:

Bölünen = Bölüm.Bölen + Kalan	
4	
Bölünen = 7 . 16 + 4	
Bölünen = 112 + 4	
Bölünen = 116 olarak bulunur.	

Söğütme :
116 16 = Bölüm
-112
4 = Kalan

* Soru 3: Bir bölme işleminde bölünen 128, bölen 9 ve kalan 2 olduğuna göre, bölümlü bulunuz.

37

BÖLMEDE KALANLAR

* Çözüm 3:

$$\begin{array}{r} \text{Bölünen} = \text{Bölüm} \cdot \text{Bölen} + \text{Kalan} \\ 128 = 7 \cdot 9 + 2 \end{array}$$

Toplamanın ters işlemine göre:

$$128 - 2 = 7 \cdot 9 + 7 \cdot 9 = 126 \text{ bulunur. Çarpanın ters işlemine göre:}$$

$$7 = \frac{126}{9} = 14 \text{ olarak bölüm hesaplanır.}$$

* Soru 4: $3 \cdot 2 \cdot 3 \mid m$

Bölme işleminde, bölme bulunur.

* Çözüm 4:

$$\begin{array}{r} \text{Bölünen} = \text{Bölüm} \cdot \text{Bölen} + \text{Kalan} \\ 323 = 12 \cdot m + 11 \end{array}$$

Toplamanın ters işlemine göre:

$$12 \cdot m = 323 - 11 = 312 \text{ yazılabilir. Sonra da çarpanın ters işlemine göre bölme,}$$

$$m = \frac{312}{12} = m = 26 \text{ bulunur.}$$

* Soru 5: Bir bölme işleminde bölünen 670, bölen 35 ve bölüm 19 olduğuna göre, kalanı bulunur.

* Çözüm 5:

$$\begin{array}{r} \text{Bölünen} = \text{Bölüm} \cdot \text{Bölen} + \text{Kalan} \\ 670 = 19 \cdot 35 + \text{Kalan} \end{array}$$

$670 = 665 + \text{Kalan}$, Toplamanın ters işlemine göre kalanı bulabiliriz.

$$\text{Kalan} = 670 - 665 = \text{Kalan} = 5 \text{ bulunur.}$$

* Soru 6: Aşağıdaki tabloda soru işaretli yerlere yazılması gereken sayıları bulunur. Bu tabloyu doğrularında tamamla yazınız.

38

BÖLMEDE KALANLAR

Bölünen	Bölüm	Bölen	Kalan
a =	7	9	2
b =	104	4	0
c =	129	7	16
d =	98	15	6
e =	7	24	36
f =	1165	23	7

* Çözüm 6:

a) $\text{Bölünen} = \text{Bölüm} \cdot \text{Bölen} + \text{Kalan}$

$$= 7 \cdot 9 + 2$$

$$= 63 + 2$$

$$\text{Bölünen} = 65 \text{ bulunur.}$$

b) $104 = 4 \cdot 7 + 0 = 7 \cdot \frac{104}{4} = 7 \cdot 26 \text{ dir.}$

c) $129 = 7 \cdot 16 + 1$

$$7 \cdot 16 = 129 - 1 = 7 \cdot 16 = 128 + 7 = \frac{128}{16} = 7 \cdot 8 \text{ dir.}$$

d) $98 = 15 \cdot 6 + 7 = 98 - 90 = 7 \cdot 8 \text{ dir.}$

e) $7 = 24 \cdot 36 + 0 = 7 \cdot 864 \text{ dir.}$

f) $1165 = 23 \cdot 7 + 15 = 23 \cdot 7 = 1165 - 15 = 23 \cdot 7 = 1150 + 7 = \frac{1150}{23} = 7 \cdot 50$

Böylece verilen tablodaki soru işaretli yerlere yazılması gereken sayıları hesaplanmış olduk. Yerlerine yazarsak;

Bölünen	Bölüm	Bölen	Kalan
a =	65	7	9
b =	104	4	26
c =	129	8	16

39

BÖLMEDE KALANLAR

d =	98	15	6	8
e =	864	24	36	0
f =	1165	23	50	15

* Soru 7: 185 : 16 bölme işlemini yapınız.

a) Bu işlemi, bölmenin sağlama özelliğine göre, eşitlikle gösteriniz.

b) Bulduğunuz eşitliğe göre, kalanın bölenden daha büyük olamayacağını açıklayınız.

* Çözüm 7:

$$\begin{array}{r} 185 \div 16 = \text{Bölüm} \\ -16 \quad 11 \\ \hline 25 \\ -16 \\ \hline 9 = \text{Kalan} \end{array}$$

a) $\text{Bölünen} = \text{Bölüm} \cdot \text{Bölen} + \text{Kalan}$

$$185 = 11 \cdot 16 + 9$$

b) Bölme işleminde kalan bölenden küçük oluncaya kadar devam edildiğini hatırlayınız. Bu nedenle kalan bölenden büyük olamaz.

Özellik: kalan bölenden daha büyük olsa

$$185 = 10 \cdot 16 + 25 \text{ ifadesi şöyle yazılabilir:}$$

$$185 = 10 \cdot 16 + (16 + 9)$$

Çarpma işleminin bölüne işlemini üzerinde dağılması özelliğinden,

$$185 = 16(10 + 1) + 9$$

$$= 16 \cdot 11 + 9 \text{ bulunur. Yani kalan bölenden daha büyük olmaz.}$$

* Soru 8: $(11 : 5)$ bölme işleminde bölüm ve kalanı bulunur.

* Çözüm 8: $11 : 5 = 7$

$$\begin{array}{r} 11 \div 5 = \text{Bölüm} \\ -5 \quad 0 \\ \hline 11 \\ -11 \\ \hline 0 = \text{Kalan} \end{array}$$

$\text{Bölünen} = \text{Bölüm} \cdot \text{Bölen} + \text{Kalan}$

$$11 = 0 \cdot 5 + 1$$

40

BÖLMEDE KALANLAR

Soru 8: $(1 : 5)$ işleminde bölün 0, ve kalan 1' dir.

* **Soru 9:** $(0 : 7)$ bölme işleminde bölün ve kalan nedir?

* **Çözüm 9:** Sıfır sayısının 7 sayısına bölünmesi sıfır ve kalan da sıfırdır.

$0 = 0 \cdot 7 + 0$

* **Soru 10:** a) 72 : 60 bölme işlemini yapınız ve bölünenin sağ lama Güzelliğine göre, bu bölme işleminde gösteriniz.

b) 72 ve 60 sayılarının bölenler kümesini yapınız.

c) Yukarıdaki bölme elde edilen kalanın bölenler kümesini yapınız.

d) 72'nin 60'ya bölümünden kalanın elemanları, kalan sayısının bölenleri olur mu?

* **Çözüm 10:** a) $72 \overline{) 60}$

$\begin{array}{r} -60 \\ \hline 12 \end{array}$ 12 = 60 + 12

b) $72 \overline{) 2}$ $\begin{array}{r} 60 \\ \hline 30 \\ \hline 10 \end{array}$ $72 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$ $60 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$

72 ve 60 sayılarının bölenler kümesi:

$72_n = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 24, 36, 72\}$

$60_n = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60\}$

c) $12 \overline{) 2}$ $\begin{array}{r} 60 \\ \hline 30 \\ \hline 10 \end{array}$ $12 = 2 \cdot 2 \cdot 3$

12 'nin bölenler kümesi:

$12_n = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$

41

BÖLMEDE KALANLAR

d) $72 \overline{) 60} = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\} = 12_n = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$

$72 \overline{) 60} = 12_n$

Görüyorum ki keskin kümesinin elemanları kalan sayının bölenleri olmaktadır.

5 - 6) ORTAK KATLARIN EN KÜÇÜĞÜ

a) **Bir sayının katları :**

* **Soru 1:** 4, 7, 8 sayılarının 0 ve 50 arasında bulunan katlarından oluşan kümeleri yazınız.

* **Çözüm 1:**

$4_n = \{4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40, 44, 48\}$

$7_n = \{7, 14, 21, 28, 35, 42, 49\}$

$8_n = \{8, 16, 24, 32, 40, 48\}$

Yukarıda 4, 7, 8 sayılarının 0 ve 50 arasında bulunan katlarından oluşan kümeleri yazdık.

b) **Bir sayının ortak katları :**

Kural 1: Verilen iki veya daha fazla sayının ortak katlarını en küçük olanı bulmak için verilen sayıların ortak çarpanlarının en büyük üslup elemanları ile ortak olmayan asal çarpanlarını çarparak girilir.

* **Soru 2:** 12 ve 36 sayılarının ortak katlarının en küçüğü nedir?

* **Çözüm 2:** 12 ve 36 sayılarının ortak katlarının en küçüğü 36'dır.

$12 \overline{) 36}$ $\begin{array}{r} 30 \\ \hline 6 \\ \hline 0 \end{array}$

$36 \overline{) 12}$ $\begin{array}{r} 3 \\ \hline 0 \end{array}$

42

BÖLMEDE KALANLAR

$12 = 2^2 \cdot 3$

$36 = 2^2 \cdot 3^2$ olup ortak katların en küçüğü bulma kuralını uygularsak,

$(12, 36)$ okek = $2^2 \cdot 3^2 = 4 \cdot 9 = 36$ bulunur.

Soru 1: 12 ve 36 sayılarının ortak katlarının en küçüğü 36'dır.

UYGULAMALAR

* **Soru 1:** 15 ve 4'ün ortak katlarının en küçüğü bulunur.

* **Çözüm 1:** Ortak katların en küçüğü hem 15 ve hem de 4'ün çarpanlarına kaptır.

$15 \overline{) 4}$ $\begin{array}{r} 0 \\ \hline 4 \\ \hline 0 \end{array}$ $4 = 2^2$

$15 = 3 \cdot 5$ $4 = 2^2$

$(4, 15)$ okek = $3 \cdot 5 \cdot 2^2 = 60$ olarak bulunur. Aynı so nuce şöyle de bulabiliriz. 15 ve 4 sayılarının katlarının kümesini bulalım.

$15_n = \{0, 15, 30, 45, 60, 75, 90, \dots\}$

$4_n = \{0, 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40, 44, 48, 52, 56, 60, 64, \dots\}$

$15_n \cap 4_n = \{0, 60, \dots\}$ 15 ve 4'ün ortak katlarının kümesine ilişkin elemanları inceleyerek 60 sayısının ortak katların en küçüğü olduğunu görürüz.

* **Soru 2:** a) 5 ve 12 sayılarının ortak bölenlerinin en küçüğü nedir?

b) Bu sayıların ortak katlar kümesini bulunuz.

c) Bu sayıların ortak katlarının en küçüğü nedir?

* **Çözüm 2:** a) $5_n = \{1, 5\}$

$12_n = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$

$5_n \cap 12_n = \{1\}$

Görüyorum ki 5 ve 12 sayılarının 1 sayısından başka ortak

BÖLMEDE KALANLAR

Bölme yoktur. Ortak bölünleri en küçük 6'dır.

b) Bu sayıların ortak katları kümesi:

$$5_k = \{0, 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, 55, 60, 65, 70, 75, 80, 85, 90, \dots\}$$
$$12_k = \{0, 12, 24, 36, 48, 60, 72, 84, 96, 108, \dots\}$$

$5_k \cap 12_k = \{0, 60, \dots\}$

5 ve 12 sayılarının ortak katları kümesidir.

c) Bu sayıların ortak katlarının en küçük 60'dır.

* Soru 1: 2'ye 3 ve 5'ine sayıların kümesini yapalım.

* Çözüm 3: 2'ye 3 ve 5'ine katlarını kümesini yapalım.

$$2_k = \{0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26, 28, 30, 32, \dots\}$$
$$3_k = \{0, 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, 36, \dots\}$$
$$5_k = \{0, 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, \dots\}$$

$(2_k \cap 3_k) \cap 5_k = \{0, 12, 18, 24, 30, \dots\}$

Görülüyor ki 2'ye 3 ve 5 sayılarının ortak katlarının en küçük 60'dır.

$(2 \cap 3) : 5 = 60$

* Soru 4: Aşağıda verilen sayıların ortak katlarının en küçük salmumu.

a) 5; 7; 16 b) 6; 8; 4 c) 5; 7; 16
d) 20; 36 e) 30; 50 f) 14; 21; 22

* Çözüm 4:

a) (5 : 12)lok = ?

$$5 = 1 \cdot 5$$
$$12 = 2^2 \cdot 3$$

$(5 : 12)lok = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 = 60$

$(5 : 12)lok = 60$

44

BÖLMEDE KALANLAR

b) $(6 : 8 : 4) \text{okak} = 7$
 $6 = 2 \cdot 3$
 $8 = 2^3$
 $4 = 2^2$
 $(6 : 8 : 4) \text{okak} = 2^3 \cdot 3 + (6 : 8 : 4) \text{okak} = 26$

c) $(5 : 7 : 16) \text{okak} = 7$
 $5 = 5$
 $7 = 7$
 $16 = 2^4$
 $(5 : 7 : 16) \text{okak} = 5 \cdot 7 \cdot 2^3 = 35 \cdot 16 = (5 : 7 : 16) \text{okak} = 560$

d) $(28 : 36) \text{okak} = 7$

28		2
16		2
12		2
7		1

36		2
18		2
9		3
3		3
1		1

 $28 = 2^2 \cdot 7$
 $36 = 2^2 \cdot 3^2$
 $(28 : 36) \text{okak} = 2^2 \cdot 7 \cdot 3^2 = 4 \cdot 7 \cdot 9 = 28 \cdot 9 = (28 : 36) \text{okak} = 252$

e) $(30 : 50) \text{okak} = 7$

30		2
15		3
5		5
1		1

50		2
25		5
5		5
1		1

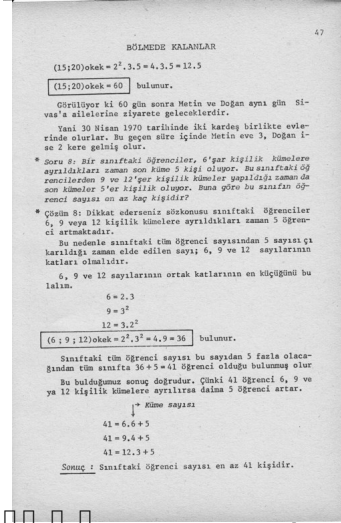
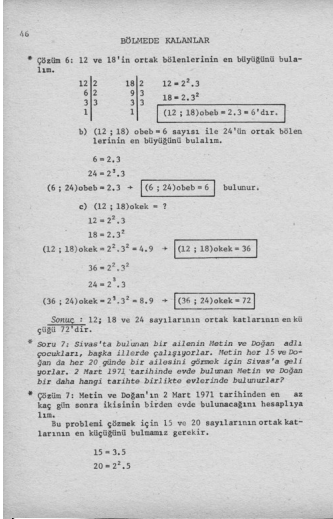
 $30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$
 $50 = 2 \cdot 5^2$
 $(30 : 50) \text{okak} = 2 \cdot 3 \cdot 5^2 = 6 \cdot 25 = (30 : 50) \text{okak} = 150$

f) $(14 : 21 : 22) \text{okak} = 7$

14	2	21	3
7	7	7	11
1	1	1	1

22	2
11	11
1	1

[illegible]



☐☐☐☐

SBS Adayı İlköğretim(8,7veya 6.sınıf) öğrencilerine

Evinizde uygun fiyata bire-bir veya grup **MATEMATİK, Geometri, AnalitikGeometri, Fizik**

ZİK

(

SBS:Fen ve Teknoloji

)

derslerinin TEST Sorularını

PRATİKÇözme METODUMU + öğrenemediğiniz eksik konularınızı

☐

yılların tecrübesi ile temelinizi kuvvetlendirerek kolayca öğretir sınavı kazandırırım.☐

☐ **Matematik veya Fizik Testleri için Pratik Test** ☐☐ **çözme yöntemleri geliştirme uzmanı**

Matematik Öğretmeni KEMAL Türkeli'den

bire-bir veya grup evinizde uygun fiyata özel ders almak için ; Cep [tel : 0 53 6 511](tel:05365118400) :

84

00

,
Ev tel:0212442 30 40(İstanbul), Kemal Türkeli'den ders almak için [[tıklayınız](#)]

SBS 6.sınıf Adayları ; Çarpanlar ve Asal Sayılar , Ortak bölenler, Katlar,

Kalansız Bölünebilme(2,3, 9), kuralları, **EBOB**, EKOK, Bölmede kalanlar,
konularını öğreten Çözümlü sorular bölümünü ücretsiz okudunuz. Site ziyaretçisi

öğrencilerden sitemi yaşatıp geliştirebilmem için PTT ile Posta Çeki

Hesabıma en az **1TL** bağışta bulunmalarını bekliyorum.

Bilgi veya Diğer para yollama yöntemlerini okumak için [[tıklayınız](#)]

