

SBS 6.sınıf öğrencilerine Geometriye başlangıç ;Komşu

ve Bütünler Açılar,

Ters açılar, Birbirlerine Dik doğrular, Yöndeş ,İç ters, Dış ters açılar, Üçgen, Bir üçgenin üç kenarının uzunlukları arasındaki ilişki, Kenar uzunluklarına göre üçgenleri isimlendirmek,Dik üçgen, Geniş açılı üçgen, Üçgenin iç açılarının toplamı 180 derecedir.Bir üçgenin bir dış açısı kendisine komşu olmayan iç açılarının toplamına eşittir,

Bir üçgende açılar farklı ise büyük açılar karşısındaki kenarlar daha uzundur, İkizkenar Üçgenin taban açıları eşittir, İkizkenar üçgenin bir simetri doğrusu vardır,Bir üçgenin dış açıları toplamı 360 dir, Dikdörtgen, Kare nedir?, Üçgenin alanını hesaplamak, Paralelkenarın Alanını bulalım, ...**devamını okumak için** [tıklayınız]

Matematik Öğretmeni Kemal Türkeli(İstanbul Bahçelievler) Matematik'ten evinizde özel ders verir.0536.511 8400

Kemal Türkeli Tel:0212.4423040, kemal_turkeli@yahoo.com

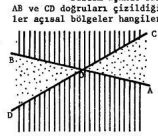
PARALEL DOĞRULAR, PARALELKENARLAR ÜÇGEN VE DİK PRİZMA

10 - 1) DÜZLEMDE DOĞRULAR :

a) Komşu ve bütünler açısal bölgeler :

Komşu ve ölçüleri toplamı 180°ye eşit olan açısal bölgelere *Komşu ve Bütünler açısal bölgeler* denir.

Düzlem içinde birbirlerini O noktasında kesen AB ve CD doğruları çizildiğinde oluşacak komşu ve bütünler açısal bölgeler hangileridir?



(1. Şekil)

Şunlar :
$\widehat{AOC}$ ile $\widehat{COB}$
$\widehat{COB}$ ile $\widehat{BOD}$
$\widehat{BOD}$ ile $\widehat{DOA}$
$\widehat{DOA}$ ile $\widehat{AOC}$

b) Ters açısal bölgeler :

"Şekil 1" deki *Ters açısal bölgeler* hangileridir? Şunlar:
$\widehat{AOC}$ ile $\widehat{BOD}$
$\widehat{BOC}$ ile $\widehat{DOA}$

Uyarı : $\widehat{AOC}$ ile $\widehat{COB}$ ve $\widehat{COB}$ ile $\widehat{BOD}$ komşu ve bütünler açısal bölgeler olduklarından;

$\widehat{AOC} + \widehat{COB} = 180°$ ..... (1)
$\widehat{BOD} + \widehat{COB} = 180°$ ..... (2)

eşitlikleri yazılabilir. (1) ve (2) eşitlikleri karşılaştırılırsa $\widehat{AOC} = \widehat{BOD}$ bulunur.

Demek bi ters açısal bölgelerin ölçüleri birbirine eşittir.

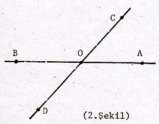
DÜZLEMDE DOĞRULAR

Ölçüleri eşit olan iki açıya *eş açılar* denir. Dolayısıyla ters açılar eş açılardır.

$\widehat{AOC} = \widehat{BOD}$
$\widehat{COB} = \widehat{DOA}$

U Y G U L A M A L A R

* *Soru 1: Şekilde görülen AOC açısal bölgesinin ölçüsünü bulunuz. ve sonra aşağıda verilen açısal bölgelerin ölçülerini hesaplayınız.*



(2.Şekil)

a) $\widehat{COB}$
b) $\widehat{BOD}$
c) $\widehat{DOA}$
d) $\widehat{AOC}$ *ve* $\widehat{COB}$ *açısal bölgelerinin açıortaylarını,ölçme işlemi yaparak çiziniz Bu açıortayları uzatınız ve bunlar arasındaki açısal bölgelerin ölçülerini bulunuz.*

* Çözüm 1: İletki (veya başka bir açı ölçer) ile ölçme işlemi yapılarak;

$\widehat{AOC} = 50°$ bulunur.

a) $\widehat{AOC} + \widehat{COB} = 180°$ buradan toplama işleminin, ters işlemine göre;

$\widehat{COB} = 180° - \widehat{AOC}$ veya $\widehat{AOC} = 50°$ konursa;
$\widehat{COB} = 180° - 50° = 130°$ bulunur.

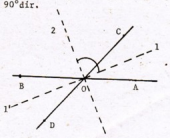
b) $\widehat{BOD} = \widehat{AOC} = 50°$
c) $\widehat{DOA} = \widehat{COB} = 130°$

d) 3. şekilde çizim yapılmıştır. Şekil üzerinde ölçme işlemi yapılarak;

$\widehat{ZO1} = \widehat{2'O1'} = \widehat{1O2'} = \widehat{1'O2} = 90°$

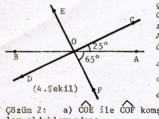
DÜZLEMDE DOĞRULAR

bulunur. Demek ki $\widehat{AOC}$ ile $\widehat{COB}$ açısal bölgelerinin açıortaylarının arasındaki açısal bölgelerin ölçüleri birbirine eşit ve 90°dir.



(3.Şekil)

* *Soru 2: O noktasında birbirini kesen AB ve CD doğruları çiziliyor. $\widehat{AOC}$ = 25°dir. Yine O noktasından geçen EF doğrusu çiziliyor. $\widehat{AOF}$ = 65°dir. Aşağıdaki açısal bölgelerin ölçülerini bulunuz.*



(4.Şekil)

a) $\widehat{COE}$ b) $\widehat{EOB}$
c) $\widehat{BOD}$ d) $\widehat{DOF}$
e) $\widehat{EOD}$ f) $\widehat{DOA}$

* Çözün 2: a) $\widehat{COE}$ ile $\widehat{COF}$ komşu ve bütünler açısal bölgeler olduklarından;

$\widehat{COE} + \widehat{COF} = 180°$ yazılabilir. Buradan toplamanın ters işlemine göre;

$\widehat{COE} = 180° - \widehat{COF}$ yazılır. Bu eşitlikte,

$\widehat{COF} = \widehat{COA} + \widehat{AOF} = 25° + 65° = 90°$ konursa,

$\widehat{COE} = 180° - 90°$ veya

$\boxed{\widehat{COE} = 90°}$ bulunur.

b) $\widehat{EOB}$ ile $\widehat{FOA}$ ters açısal bölgeler oldukların dan ölçüleri birbirine eşittir.

Yani $\widehat{EOB} = \widehat{FOA} = 65°$ dir.

c) $\widehat{BOD}$ ile $\widehat{AOC}$ ters açısal bölgeler olduklarından ölçüleri birbirine eşittir.

$\boxed{\widehat{BOD} = \widehat{AOC} = 25°}$

d) $\widehat{DOF}$ ile $\widehat{COF}$ ters açısal bölgeler olduklarından ölçüleri birbirine eşittir.

$\boxed{\widehat{DOF} = \widehat{COE} = 90°}$

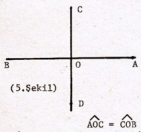
e) $\widehat{EOD} = \widehat{EOB} + \widehat{BOD} \rightarrow$

$\widehat{EOD} = 65° + 25° \rightarrow \boxed{\widehat{EOD} = 90°}$

f) $\widehat{DOA} = \widehat{DOF} + \widehat{FOA} \rightarrow$

$\widehat{DOA} = 90° + 65° \rightarrow \boxed{\widehat{DOA} = 155°}$

c) *Dik Doğrular* : 5. Şekil'e bakınız. $\widehat{AOC}$ ile $\widehat{COB}$ komşu ve bütünler açısal bölgelerinin ölçüleri birbirine eşit olduğu zaman AB ve CD *doğruları birbirine diktir* denir.



(5.Şekil)

$\widehat{AOC} + \widehat{COB} = 180$ ..... (3)

$\widehat{AOC} = \widehat{COB}$ ..... (4)

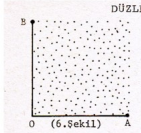
(3) ve (4) eşitlikleri gözönüne alınırsa;

$\widehat{AOC} = \widehat{COB} = 90°$ ..... (5) bulunur. Demek ki AB ve CD doğruları birbirine dik ise (5) şartı sağlanır. AB ve CD doğrularının dik olduğu şöyle gösterilir:

$\boxed{AB \perp CD}$

Dik doğrulardan söz edilebildiği gibi *Dik ışınlar, dik konumlu ışınlar ve dik konumlu doğru parçalarından* söz edilir.

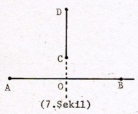
¤ *Dik ışınlar :* oluşturdukları açısal bölgenin ölçüsü 90° olan ışınlara dik ışınlar denir. 6. şekil'de birbirine dik [OA ve [OB ışınları görüldüyor.



(6.Şekil)

$\boxed{[OA \perp [OB}$

¤ *Dik Konumlu Işınlar :*



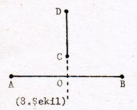
(7.Şekil)

7. şekil'de görülen [AB ve [CD ışınları birbirini kesmiyor, yani bunların ara kesitleri boş kümedir.

$\boxed{[AB \cap [CD = \emptyset}$

Fakat bu ışınların uzantıları birbirini O noktasında keserek ölçüsü 90°ye eşit olan bir açısal bölge oluşturuyorlar.Bu konumdaki iki ışına *dik konumlu ışınlar* denir.

¤ *Dik konumlu Doğru Parçaları :*



(8.Şekil)

Birbirini kesmeyen [AB] ve[CD] doğru parçalarını taşıyan doğrular dik ise [AB]ve [CD] doğru parçalarına *dik konumlu doğru parçaları* denir. 8.Şekil'de dik konumlu [AB] ve [CD] doğru parçaları görülüyor.

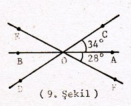
$\boxed{[AB] \perp [CD]}$

¤ *Düzlemde üç doğru :*

Birbirini O noktasında kesen AB, CD ve EF doğrularını çizelim. (9. Şekil'e bakınız.)

$(AB \cap CD) \cap (EF) = \{O\}$

yazılabilir. Bu konumda olan doğrular, ikişer ikişer açısal bölgeler oluştururlar.



(9. Şekil)

$\widehat{AOF} = 28°$ ve $\widehat{BOD} = 34°$ ise di-

190

DÜZLEMDE DOĞRULAR

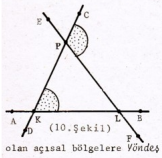
ğer açısal bölgelerin ölçüleri nedir?

1) $\widehat{EOB} = \widehat{AOF} = 28°$ ($\widehat{EOB}$ ile $\widehat{AOF}$ ters açısal böl geler olduklarından)

2) $\widehat{COA} = \widehat{BOD} = 34°$ ($\widehat{COA}$ ile $\widehat{BOD}$ ters açısal böl geler olduklarından)

3) $\widehat{COE} + \widehat{COF} = 180° \rightarrow \widehat{COE} = 180° - \widehat{COF}$ ve $\widehat{COF} = \widehat{COA} + \widehat{AOF} = 34° + 28° = 62°$ olduğundan $\widehat{COE} = 180° - 62° \rightarrow \widehat{COE} = 118°$ olur.

4) $\widehat{DOF} = \widehat{COE} = 118°$ ($\widehat{DOF}$ ile $\widehat{COE}$ ters açısal böl geler olduklarından) 10. Şekil'de çizilmiş olan AB, CD ve EF doğruları birbirlerini ikişer ikişer K, P, L noktalarında kesiyorlar. Yani;



(10.Şekil)

$AB \cap CD = \{K\}$

$AB \cap EF = \{L\}$

$CD \cap EF = \{P\}$ dir.

AB, CD, EF doğrularının ikişer ikişer kesişerek düzlemde oluşturdukları PKL kapalı şekline ÜÇGEN, PKL kapalı şeklinin sınırlandığı iç bölgeye de ÜÇGENSEL BÖLGE denir. Şekilde noktalarla belirlenmiş olan açısal bölgelere *Yöndeş Açısal Bölgeler* denir.

$\widehat{EPD}$ ile $\widehat{BKC}$ → *İç ters açılar*

$\widehat{EPC}$ ile $\widehat{DKB}$ → *Dış ters açılar* dır.

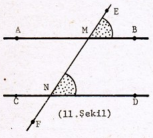
10 - 2) PARALEL DOĞRULAR :

Düzlemde iki doğru, üçüncü bir doğru ile kesildiğinde, oluşan yöndeş açıların ölçüleri birbirine eşitse sözü geçen iki doğruya birbirine paraleldir denir.

11. Şekil'deki AB ve CD doğruları birbirine paraleldir.

191

DÜZLEMDE DOĞRULAR



(11.Şekil)

$\widehat{EMB} = \widehat{END}$, AB ve CD doğrularının birbirlerine paralel oldukları;

AB//CD şeklinde gösterilir. AB ve CD doğruları paralel oldukları zaman birbirlerini kesmeyeceklerinden,

$AB \cap CD = \emptyset$ dir.

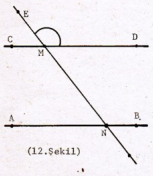
U Y G U L A M A L A R

* *Soru 1: 11. şekilde AB//CD dir. $\widehat{BME}$ ve $\widehat{DNE}$ yöndeş açıları nı ölçünüz ve bu açıların birbirine eşit olduğunu gösteriniz.*

* Çözüm 1: Bir açı ölçer aracılığı ile ölçme işlemi yapılarak $\widehat{BME} = \widehat{DNE} = 45°$ bulunur. Buradan şu sonuca varıyoruz.

1) AB//CD ise $\widehat{BME} = \widehat{DNE}$
2) $\widehat{BME} = \widehat{DNE}$ ise AB//CD

* *Soru 2: AB//CD ve $\widehat{DME} = 128°$ dir.*



(12.Şekil)

a) Şekildeki açısal bölgelerin ölçülerini hesaplayınız.

b) Yöndeş açı çiftlerini yazınız.

c) İç ters açı çiftlerini yazınız.

d) Dış ters açı çiftlerini yazınız.

e) İç ters açı çiftlerinin ölçüleri birbirine eşit midir?

f) Dış ters açı çiftlerinin ölçüleri birbirine eşit midir?

* Çözüm 2:

a) $\widehat{BNE} = \widehat{DME} = 128°$ (Yöndeş açılar)

192

DÜZLEMDE DOĞRULAR

$\widehat{CME} = 180° - \widehat{DME} = 180° - 128° = 52°$

$\widehat{CMF} = \widehat{DME} = 128°$ (Ters açılar)

$\widehat{ANF} = \widehat{CMF} = 128°$ (Yöndeş Açılar)

$\widehat{ANE} = \widehat{CME} = 52°$ (Yöndeş Açılar)

$\widehat{DMF} = \widehat{CME} = 52°$ (Ters Açılar)

$\widehat{BNF} = \widehat{DMF} = 52°$ (Yöndeş Açılar)

b) $\widehat{DME}$ ile $\widehat{BNE}$
$\widehat{CMF}$ ile $\widehat{ANE}$ → Yöndeş açı çiftleri
$\widehat{DMF}$ ile $\widehat{BNF}$
$\widehat{CMF}$ ile $\widehat{ANF}$

c) $\widehat{CMF}$ ile $\widehat{BNE}$
$\widehat{DMF}$ ile $\widehat{ANE}$ → İç ters Açı Çiftleri

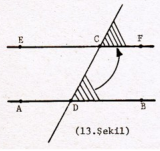
d) $\widehat{DME}$ ile $\widehat{ANF}$
$\widehat{CME}$ ile $\widehat{BNF}$ → Dış Ters Açı Çiftleri

e) İç ters açı çiftlerinin ölçüleri birbirine eşittir.

f) Dış ters açı çiftlerinin ölçüleri birbirine eşittir.

* *Soru 3: Bir AB doğrusu ile dışında bir C noktası veriliyor. C noktasından geçen ve AB doğrusuna paralel olan doğruyu çiziniz.*

* Çözüm 3: C noktasından geçen ve AB doğrusunu D noktasında kesen bir doğru çizilir. Bu doğru ile AB doğrusu arasındaki açısal bölgenin ölçüsü bir açı ölçer ile bulunur. Sonra bu açıya eş, köşesi C ve bir kenarı CD doğrusu olan bir açının ikinci EF kenarı çizilir. EF doğrusu AB ye paraleldir. Çünkü C ve D köşelerindeki yöndeş açılar eşittir.

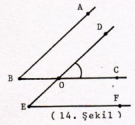


(13.Şekil)

DÜZLEMDE DOĞRULAR

Böylece AB doğrusuna paralel, C'den geçen EF doğrusu çizilmiş olur.

* *Soru 4: 14. şekilde $\widehat{ABC}$ ve $\widehat{DEF}$'nı gürüyorsunuz. BA//DE ve BC//EF'dir, $\widehat{DOC} = 43°$ olduğuna göre, $\widehat{ABC}$ ve $\widehat{DEF}$'nın ölçülerini bulunuz.*



(14. Şekil)

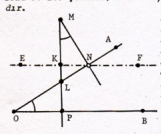
* Çözüm 4:

$\widehat{ABC} = \widehat{DOC} = 43°$ (Yöndeş Açılar)

$\widehat{DEF} = \widehat{DOC} = 43°$ (Yöndeş Açılar)

Demek ki $\boxed{\widehat{ABC} = \widehat{DEF} = 43°}$

* *Soru 5: 16. şekilde, AOB = 30°, MN ⊥ OA, MP ⊥ OB ve EF//OB dır.*



a) $\widehat{PMN}$'nın ölçüsünü iletki ile bulunuz. b) $\widehat{ANF} = 30°$ dir. Neden? c) $\widehat{MNE}$'nın ölçüsünü hesaplayınız. d) $\widehat{OLP}$'nın ölçüsünü iletki ile bulunuz. Bu ölçü $\widehat{MNE}$'nın eşiti midir?

* Çözüm 5: a) Bir iletki ile $\widehat{PMN} = 30°$ ölçülür. b) $\widehat{ANF} = 30°$ dir. Çünkü EF//OB olup $\widehat{ANF}$ ile AOB paralel iki doğrunun üçüncü bir doğruyla kesilmesi sonucu oluşmuş yöndeş açılardır. Dolayısıyle $\widehat{ANF}$ ile, AOB eş açılardır. $\widehat{AOB} = 30°$ olduğundan $\widehat{ANF}$'da 30° dir.

c) $\overleftrightarrow{MN} \perp \overleftrightarrow{OA}$ olduğundan $\widehat{MNA} = 90°$ dir. Dolayısıyle;

$\widehat{MNF} = \widehat{MNA} + \widehat{ANF} \rightarrow \widehat{MNF} = 90° + 30° \rightarrow \widehat{MNF} = 120°$

bulunur. $\widehat{MNF}$ ile $\widehat{MNE}$ komşu ve bütünler açısal bölgeler olduklarından; $\widehat{MNF} + \widehat{MNE} = 180°$ yazılır. Buradan toplama işleminin ters işlemine göre;

DÜZLEMDE DOĞRULAR

$\widehat{MNE} = 180° - \widehat{MNF}$; veya

$\widehat{MNF} = 120°$ konursa $\widehat{MNE} = 180° - 120°$ veya;

$\widehat{MNE} = 60°$ bulunur.

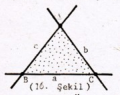
d) Bir iletki ile $\widehat{OLP} = 60°$ ölçülür. Demek ki;

$\widehat{OLP} = \widehat{MNE}$ dir.

10-3) ÜÇGENLER :

a) Üçgen ve Üçgensel Bölge :

İkişer ikişer birbirini kesen üç doğrunun oluşturduğu kapalı çizgiye üçgen denir.

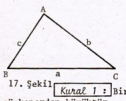


(16. Şekil)

$([AB] \cup [BC]) \cup [CA] = \overset{\wedge}{ABC}$

$\overset{\wedge}{ABC}$ ifadesi; ABC üçgeni diye okunur. ABC üçgeninin çevrelediği ve 16. Şekilde noktalarla belirlenmiş yüzeysel bölgeye de *üçgensel bölge* denir.

b) Üçgenin kenarları arasındaki bağıntılar:



17. Şekil

17. Şekilde bir ABC üçgeni görülüyor.

$|BC| = a$, $|AC| = b$ ve $|AB| = c$ ölçülerine ABC üçgeninin kenarları denir.

Kural 1 : Bir üçgende iki kenarın toplamı üçüncü kenardan büyüktür.

$a + b > c$ ..... (6)

$a + c > b$ ..... (7)

$b + c > a$ ..... (8)

Kural 2 : Bir üçgende iki kenarın farkı üçüncü

ÜÇGENLER

kenardan küçüktür.

$a > b > c$ ise :

$a - b < c$ ..... (9)

$a - c < b$ .....(10)

$b - c < a$ .....(11)

U Y G U L A M A L A R

* *Soru 1: Bir $\overset{\wedge}{ABC}$'nde a = 7 cm, b = 3,5 cm, c = 4 cm ' dir. Böyle bir üçgen var mıdır?*

* Çözüm 1: En büyük kenarın uzunluğu diğer iki kenarın uzunlukları toplamından küçükse sözü geçen üçgen vardır.Çünkü bu kural gerçeklenirse, diğer kenarlar için de "iki kenar toplamı üçüncü kenardan büyüktür" koşulu gerçeklenecektir

Problemin verilerine göre en büyük kenar a = 7 cm olup bu uzunluk diğer iki kenarın toplamı olan b + c = 7,5 cm den küçüktür. Öyle ise problemdeki veriler bir üçgen belirtir. (Yani sözü geçen üçgen vardır.)

* *Soru 2: Aşağıda kenarlarının uzunlukları verilen üçgenler dan hangileri vardır?*

a) a = 3 cm	*b)* a = 2,5 cm	*c)* a = 6 cm
b = 4 cm	b = 6 cm	b = 2 cm
c = 5 cm	c = 3,7 cm	c = 4 cm
d) a = 3,5 cm	*e)* a = 5 cm	*f)* a = 4,7 cm
b = 4 cm	b = 3 cm	b = 2,5 cm
c = 7,8 cm	c = 2 cm	c = 5,2 cm

* Çözüm 2: a) En büyük kenar c = 5 cm olup bu uzunluk diğer iki kenarın toplamı olan a + b = 7 cm den küçük olduğu için üçgen vardır.

b) En büyük kenar b = 6 cm olup b < (a + c = 6,2 cm) olduğundan üçgen vardır.

c) En büyük kenar a = 6 cm olup bu uzunluk diğer iki kenarın toplamı olan b + c = 4 + 2 = 6 cm ye eşit ol-

duğundan üçgenin A köşesi BC doğrusu üzerine gelir. Dolayısıyla üçgen doğruya dönüşür. Yani üçgen yoktur.

d) En büyük kenar c = 7,8 cm olup bu uzunluk, diğer iki kenarın toplamı olan a + b = 4 + 3,5 = 7,5 cm' den büyük olduğundan üçgen yoktur.

e) En büyük kenar (a = 5 cm) diğer iki kenarın toplamına (b + c = 5 cm) eşit olduğundan üçgen yoktur.

f) En büyük kenar (c = 5,2 cm) diğer iki kenarın toplamından (a + b = 7,2 cm) küçük olduğundan üçgen vardır.

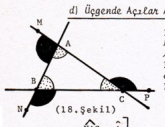
c) Üçgenin kenar uzunluklarına göre çeşitleri:

1) Çeşitkenar Üçgen : Tüm kenar uzunlukları birbirinden farklı olan bir üçgene çeşitkenar üçgen denir

2) İkizkenar Üçgen : İki kenarının uzunlukları birbirine eşit olan bir üçgene ikizkenar üçgen denir

3) Eşkenar Üçgen : Üç kenarının uzunlukları birbirine eşit olan üçgene eşkenar üçgen denir.

d) Üçgende Açılar Arasındaki Bağıntılar :



(18.Şekil)

18. şekilde üçgenin dış açıları siyah renkle karalanmış iç açıları ise noktalarla belirlenmiştir. Üçgenin iç ve dış açıları aşağıdaki sembollerle gösterilir.

$\widehat{BAC} = \hat{A}$
$\widehat{CBA} = \hat{B}$ → İÇ AÇILAR
$\widehat{ACB} = \hat{C}$

$\widehat{MAN} = \hat{A}'$
$\widehat{NBP} = \hat{B}'$ → DIŞ AÇILAR
$\widehat{PCM} = \hat{C}'$

Kural 1 : Bir ABC üçgeninin iç açısal bölgelerinin ölçüleri toplamı 180°dir.

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180°$$

Kural 2 : Bir ABC üçgeninin bir dış açısal bölgesinin ölçüsü kendisine komşu olmayan iki iç açısal bölgesinin ölçüleri toplamına eşittir.

$$\hat{A}' = \hat{B} + \hat{C}$$

e) Üçgenin açılarına göre çeşitleri :

1) Dar Açılı Üçgen : Üç iç açısal bölgesinin ölçüsü 90° den küçük olan üçgene dar açılı üçgen denir.

2) Dik Açılı Üçgen : Bir iç açısal bölgesinin ölçüsü 90° olan üçgendir.

3) Geniş Açılı Üçgen : Bir iç açısal bölgesinin ölçüsü 90° den büyük olan üçgendir.

f) Bir üçgende kenar ve açılar arasındaki bağıntılar :

Bir üçgende büyük kenar karşısında büyük açı bulunur ve büyük açı karşısında büyük kenar bulunur.Yani;

a > b ise $\hat{A} > \hat{B}$ ve $\hat{A} > \hat{B}$ ise a > b dir.

U Y G U L A M A L A R

* *Soru 1: |BC| = 2,5 cm olan bir doğru parçası çiziniz.Pergelinizin ayaklarını 3,5 cm açınız ve pergelin sivri ucunu bir kez B noktasına ve bir kez de C noktasına koyarak yaylar çiziniz. Bu yayların kesim noktası A olsun.Bu noktayı ile B ve C noktalarını birleştiriniz.*

a) Elde ettiğiniz üçgenin AB ve AC kenarlarının uzunluklarını ölçünüz. Bu üçgen kenarlarına göre nasıl bir üçgendir?

b) Üçgenin $\hat{B}$ ve $\hat{C}$ açısal bölgelerini ölçünüz $\hat{B} = \hat{C}$ mıdır?

* Çözüm 1: a) Bu üçgende |AB| = |AC| = 3,5 olup dolayısıyla üçgen İKİZKENARDIR.



b) Bir iletki ile ölçme işlemi yapılarak;

$\widehat{ABC} = \hat{B} = 70°$ ve
$\widehat{ACB} = \hat{C} = 70°$ bulunur.

Yani bu üçgende $\hat{B} = \hat{C} = 70°$olup üçgende $\hat{B}$ ve $\hat{C}$ açısal bölgelerinin ölçüleri birbirine eşittir. $\hat{B}$ ve $\hat{C}$ açılarına ikizkenar üçgenin TABAN AÇILARI, A açısına da ikizkenar üçgenin TEPE AÇISI denir.

Sonuç : Bir ikizkenar üçgende taban açıları birbirine eşittir.

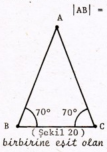
* *Soru 2: |BC| = 3 cm olan bir doğru parçası çiziniz.BC ile 70° lik açısal bölge yapacak şekilde BA ve CA ışınlarını çiziniz. Elde ettiğiniz üçgenin AB ve AC kenarlarının uzunluklarını ölçünüz.*

a) |AB| = |AC| mudur?

b) Buradan ikizkenar üçgenin taban açıları ile bu açıların karşısında bulunan kenarlar arasında bir bağıntı söyleyebilir misiniz?

* Çözüm 2: a) Bir cetvel ile ölçme işlemi yapılarak;

|AB| = |AC| = 4,2 cm bulunur. O halde üçgen İKİZKENARDIR.



(Şekil 20)

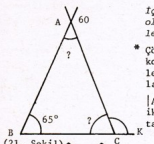
b) "Soru 1" ve "Soru 2" deki sonuçları birleştirerek şunu söyleyebiliriz:

|AB| = |AC| ise $\hat{B} = \hat{C}$ ve
$\hat{B} = \hat{C}$ ise |AB| = |AC| dir.

Yani ; *Bir ikizkenar üçgenin taban açılarının ölçüleri birbirine eşit ise taban açılarının ölçüleri, birbirine eşit olan üçgen ikizkenardır.*

* *Soru 3: Aşağıdaki üçgende,*

$|AB| = |AC|$ ve $\hat{B} = 65°$ dir.



(21. Şekil)

İçine soru işareti konulmuş olan açısal bölgelerin ölçülerini hesaplayınız.

* Çözüm 3: İçine soru işareti konulmuş olan açısal bölgeler $\widehat{BAC}$, $\widehat{BCA}$, ve $\widehat{KCA}$ dır.Bunların ölçülerini bulalım:

$|AB| = |AC|$ olduğundan üçgen ikizkenar olup dolayısıyle taban açıları eşittir. Yani; $\widehat{BCA} = \widehat{CBA} = 65°$ bulunur. İç açılardan geriye bilinmeyen olarak $\widehat{BAC}$ nin yani ikizkenar üçgenin tepe açısının ölçüsü kaldı. Bunu da "Bir üçgenin iç açısal bölgelerinin ölçüleri toplamı 180° dir" kuralından yararlanarak kolayca hesaplayabiliriz.

$$\widehat{BAC} + \widehat{CBA} + \widehat{BCA} = 180° \rightarrow$$
$$\widehat{BAC} + 65° + 65° = 180° \rightarrow$$
$$\widehat{BAC} + 130° = 180°$$

Buradan toplamanın ters işlemine göre;

$$\widehat{BAC} = 180° - 130° \quad \text{veya} \quad \boxed{\widehat{BAC} = 50°}$$

bulunur. Ayrıca $\widehat{BCA}$ ile $\widehat{KCA}$ nın toplamı düz açıdır. Yani

$$\widehat{BCA} + \widehat{KCA} = 180° \rightarrow \widehat{KCA} + 65° = 180° \rightarrow$$
$$\widehat{KCA} = 180° - 65° \rightarrow \boxed{\widehat{KCA} = 115°}$$

* *Soru 4: Tepe açısının ölçüsü 72° olan bir ikizkenar üçgenin öbür iç ve dış açısal bölgelerin ölçülerini hesaplayınız.*

* Çözüm 4: İkizkenar üçgenin tepe açısının ölçüsü 72° olduğundan taban açıları toplamı;

$180° - 72° = 108°$ olur. Ayrıca ikizkenar üçgenin taban açılarının ölçüleri eşit olduğu için herbir ta

ban açısının ölçüsü;

$$\frac{108°}{2} = 54° \text{ dir.}$$

Demek ki ikizkenar üçgenin tepe açısını $\hat{A}$ ve taban açılarını $\hat{B}$, $\hat{C}$ ile gösterirsek;

$$\hat{A} = 72° , \quad \hat{B} = \hat{C} = 54° \text{ dir.}$$

öyle ise dış açısal bölgelerin ölçüleri;

$$\boxed{\begin{array}{l}\hat{A}' = 180° - 72° = 108° \\ \hat{B}' = \hat{C}' = 180° - 54° = 126°\end{array}} \quad \text{dir.}$$

* *Soru 5: Bir ikizkenar üçgende, tepe dış açısının ölçüsü, tepe iç açısının ölçüsünün 4 katıdır. Bu üçgenin bütün açısal bölgelerinin ölçülerini bulunuz.*

* Çözüm 5: Tepe açısını $\hat{A}$ ile gösterirsek,

$\hat{A} + \hat{A}' = 180$ dir. $\hat{A}' = 4\hat{A}$

veriliyor. O halde;

$$\hat{A} + 4\hat{A} = 180° \text{ veya } 5\hat{A} = 180°$$

bulunur. Buradan çarpma işleminin ters işlemine göre;

$$\boxed{\hat{A} = \frac{180°}{5} \rightarrow \hat{A} = 36}$$

bulunur. Taban açılarını $\hat{B}$, $\hat{C}$ ile gösterirsek;

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180° \rightarrow$$
$$\hat{B} + \hat{C} + 36 = 180° \rightarrow \hat{B} + \hat{C} = 180° - 36° \rightarrow$$
$$\hat{B} + \hat{C} = 144°$$

olur. İkizkenar üçgenin taban açılarının ölçüleri eşit olduğundan;

$\hat{B} = \hat{C}$ olup dolayısıyle $2\hat{B} = 2\hat{C} = 144°$ veya $\hat{B} = \hat{C} = 72°$ bulunur. Şimdi de dış açısal bölgelerin ölçülerini bulalım;

$$\hat{A} + \hat{A}' = 180° \rightarrow \hat{A}' = 180° - \hat{A} = 180° - 36°$$
$$\rightarrow \boxed{\hat{A}' = 144°} \text{ olur.}$$

Benzer şekilde;

$$\hat{B}' = \hat{C}' = 180° - \hat{B} = 180° - 72°$$
$$\rightarrow \hat{B}' = \hat{C}' = 108°$$

* *Soru 6: $|BC| = 4$ cm olan bir uzunluk alınız. Pergelinizin ayaklarını 4 cm açınız ve pergelin sivri ucunu B ve C noktalarına koyarak yaylar çiziniz. Bu yayların kesim noktasını A ile gösteriniz:*

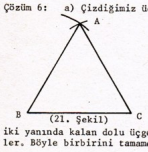
a) Bu çizdiğiniz üçgen nasıl bir üçgendir?

b) Bu üçgenin iç açısal bölgelerinin ölçülerini bulunuz. $\hat{A} = \hat{B} = \hat{C} = 60°$ midir?

c) Çizdiğiniz üçgeni kenarları boyunca keserek kağıttan çıkarınız. Üçgeni, B köşesi C köşesine gelecek şekilde katlayınız ve meydana gelen katlama doğrusunu çiziniz. Bu doğrunun [BC] ile yaptığı açısal bölgelerin ölçülerini bulunuz.

d) Bu üçgeni C noktası A noktasına gelecek şekilde katlayınız. Böylece bir katlama doğrusu bulursunuz. Bu katlama doğrusu da yukarıda sözünü ettiğimiz katlama doğrusunun özelliklerini kapsar mı? Bu kez A noktası B noktası üzerine gelecek biçimde üçgeni katlayınız.Böylelikle üçüncü bir katlama doğrusu bulursunuz. Bu doğrunun özellikleri de öbür katlama doğrularının özellikleri gibidir. Bu katlama doğruları bir noktadan geçer mi?

* Çözüm 6:



(21. Şekil)

a) Çizdiğimiz üçgenin tüm kenarları 4 cm eşit uzunluğundadır. Dolayısıyle üçgen eşkenar'dır.

b) Bir ilişki ile ölçme yapılarak $\hat{A} = \hat{B} = \hat{C} = 60°$ bulunur.

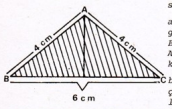
c) Katlama doğrusu [BC] doğru parçasına diktir.Yani katlama doğrusu [BC]ile 90°'lik açı yapar.Katlama doğrusunun iki yanında kalan dolu üçgenler birbirini tümüyle örterler. Böyle birbirini tamamen örten iki üçgene "eş üçgen-

ler" katlama doğrusuna da "simetri doğrusu" denir.

d) C noktası A noktasına veya A noktası B noktasına gelecek şekilde yapılan katlamalarda elde edilen katlama doğruları (c) şıkkında elde ettiğimiz katlama doğrusunun özelliklerini taşıyor. (Katlama işlemini yapıp bu sonucu gözleyiniz.)

Yine gözlem yaparak üç katlama doğrusunun bir noktadan geçtiğini görebiliriz.

* *Soru 7: Şekilde gördüğünüz üçgeni defterinize çiziniz. Bu üçgeni kenarları boyunca keserek çıkarınız.*



a) Üçgeni B köşesi C köşesine gelecek şekilde katlayınız. Bu katlama sonunda AB kenarı AC kenarı üzerine tümüyle çakışır mı?

b) ABC açısal bölgesi, ACB açısal bölgesini tümüyle kaplar mı? Bunun gibi, katlama doğrusunun iki yanında bulunan bölgeler birbirini tümüyle örterler mi?

c) Bulduğunuz katlama doğrusunu çiziniz. Bu katlama doğrusunun BC kenarı ile meydana getirdiği açısal bölgelerin ölçüleri birbirine eşit olur mu? Katlama doğrusu BC kenarına dik midir?

d) Üçgeni, A köşesi B köşesi üzerine gelecek şekilde katlayınız. Elde ettiğiniz katlama doğrusunun iki yanında bulunan dolu şekiller birbirini tümüyle örter mi? O halde ikizkenar üçgende kaç simetri doğrusu vardır?

* Çözüm 7: a) B köşesi C köşesi üzerine gelecek şekilde katlama yapılırsa AB kenarı AC kenarı üzerine tümüyle çakışır.

b) ABC açısal bölgesi, ACB açısal bölgesini tümüyle kaplar. Bunun gibi, katlama doğrusunun iki yanında bulunan bölgeler birbirini tümüyle örter.

c) Katlama doğrusu BC kenarına diktir. Yani katlama doğrusu BC kenarı ile birbirine eşit ve 90°'lik üçüsünde açılar yapar.

Buradan şu sonuç çıkar: Bir ikizkenar üçgenin tepe noktasından tabana indirilen dikme tabanın orta noktasından geçer, ve tepe noktasındaki iç açısal bölgeyi iki eş açısal bölgeye ayırır. Bu özellik eşkenar üçgenin her köşesinden karşı kenara indirilen dikmeler için de doğrudur.

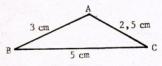
d) Üçgeni A köşesi B köşesine çakışacak şekilde katlayalım. Elde ettiğimiz katlama doğrusunun iki yanında bulunan dolu şekiller birbirlerini tümüyle örtmezler. Buna göre: *İkizkenar üçgenin bir simetri doğrusu var dır.*

* *Soru 8: Kenarlarının uzunlukları;*

$|BC| = 5$ cm, $|AB| = 3$ cm ve $|AC| = 2{,}5$ cm

olan bir üçgen veriliyor. $|BC| = 5$ cm çiziniz. Pergelin ayaklarını 3 cm açınız ve sivri ucunu B noktasına koyarak bir yay çiziniz. Sonra pergelin ayaklarını 2,5 cm açınız ve sivri ucunu C noktasına koyarak bir yay çiziniz. Yayların kesim noktası A olsun. Bu üçgeni kenarları boyunca keserek kağıttan çıkarınız ve B köşesi C köşesine gelecek şekilde katlayınız. Katlama doğrusunun iki yanında bulunan dolu şekiller birbirini tümüyle örter mi? Bu katlama doğrusu kenarlarının uzunlukları farklı olan dolu üçgenin simetri doğrusu mudur? Katlama işlemi öbür köşeler için uygularsırsa simetri ekseni bulunur mu?

* Çözüm 8: Soruda sözü edilen üçgen bir çeşitkenar üçgendir Böyle bir üçgenin B köşesi C köşesine gelecek şekilde katlama yaparsak katlama doğrusunun iki yanında bulunan dolu şekiller birbirlerini tümüyle örtmezler (Katlama işlemini yaparak ve gözleyerek bu gerçeği görünüz.) o halde elde edilen katlama doğrusu çeşitkenar dolu üçgenin simetri doğrusu değildir. Katlama işlemi öbür köşeler için de uygulanırsa simetri ekseni bulunmaz.



(23. Şekil)

* *Soru 9: Bir üçgenin en az bir simetri doğrusu olması için bu üçgen nasıl bir üçgen olmalıdır?*

* Çözüm 9: Bir üçgenin en az bir simetri doğrusu olması için bu üçgen *ikizkenar* veya *eşkenar* olmalıdır.

* *Soru 10: Bir ABC üçgeninin dış açısal bölgelerinin ölçüleri toplamının 360° olduğunu bulunuz.*

* Çözüm 10: Bir üçgenin iç açıları $\hat{A}$, $\hat{B}$, $\hat{C}$. Dış açıları; $\hat{A}'$, $\hat{B}'$, $\hat{C}'$, ile gösterilirse;

$$\hat{A}' = 180° - \hat{A}$$
$$\hat{B}' = 180° - \hat{B}$$
$$\hat{C}' = 180° - \hat{C}$$

olup bu üç eşitliği taraf tarafa toplarsak;

$$\hat{A}' + \hat{B}' + \hat{C}' = 180° + 180° + 180° - (\hat{A} + \hat{B} + \hat{C})$$

bulunur.

$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180°$ konursa (Çünkü bir üçgenin iç açısal bölgelerinin ölçüleri toplamı 180° dir.)

$$\hat{A}' + \hat{B}' + \hat{C}' = 180° + 180° + 180° - 180° \text{ veya;}$$

$$\boxed{\hat{A}' + \hat{B}' + \hat{C}' = 360°} \text{ bulunur.}$$

Demek ki bir üçgenin dış açısal bölgelerinin ölçüleri toplamı 360° dir.

* *Soru 11: Bir üçgende $\hat{B}'$ 'sı $= 127°$ ve $\hat{A} = 46°$ olduğuna göre, öbür iç ve dış açıların ölçülerini bulunuz.*

* Çözüm 11: $\hat{B}' = 127°$ ve $\hat{A} = 46°$ veriliyor.

$\hat{B} = 180° - \hat{B}' \rightarrow \hat{B} = 180° - 127° \rightarrow \boxed{\hat{B} = 53°}$

$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180° \rightarrow \hat{C} = 180° - (\hat{A} + \hat{B})$

$\rightarrow \hat{C} = 180° - (46° + 53°) \rightarrow \hat{C} = 180° - 99°$

$\rightarrow \boxed{\hat{C} = 81°}$ $\hat{A}' = 180° - \hat{A} \rightarrow \hat{A}' = 180° - 46°$

$\rightarrow A' = 134°$ $C' = 180° - C \rightarrow C' = 180° - 81°$

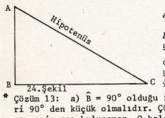
$\boxed{\hat{C}' = 99°}$

* *Soru 12: Bir üçgende iki dik açı ya da geniş açı bulunabilir mi?*

* Çözüm 12: Bir üçgende iki dik açı olamaz. Çünkü iki dik açının ölçüleri toplamı 180° olup diğer üçüncü açının ölçüsü sıfır olması gerekir ki böyle bir üçgen yoktur.

Bir üçgenin iki geniş açısı da olamaz. Çünkü yalnız bu iki açının ölçüleri toplamı 180° yi geçer ki bir üçgenin bütün iç açılarının ölçüleri toplamı 180° dir.

* *Soru 13: 35. şekilde bir dik üçgen görüyorsunuz.*



24.Şekil

a) $\hat{A} < 90°$ ve $\hat{C} < 90°$ midir?

b) $\hat{A} + \hat{C}$ toplamını hesaplayınız.

c) Ölçerek bu üçgenin en büyük kenarının AC kenarı olduğunu gösteriniz.

* Çözüm 13: a) $\hat{B} = 90°$ olduğu için diğer iki açının ölçüleri 90° den küçük olmalıdır. Çünkü bir üçgende iki dik veya geniş açı bulunamaz. O halde;

$\hat{A} < 90°$ ve $\hat{C} < 90°$ dir.

b) $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180°$ →

$(\hat{A} + \hat{C}) + \hat{B} = 180°$ →

$(\hat{A} + \hat{C}) = 180° - \hat{B}$, $\hat{A} + \hat{C} = 180° - 90°$

→ $\boxed{\hat{A} + \hat{C} = 90°}$

c) Bir cetvel ile bu üçgenin kenarlarının uzunluklarını ölçelim.

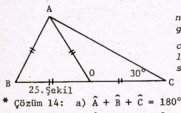
$|AB| = 3{,}2$ cm $|AC| = 6{,}3$ cm, $|BC| = 5{,}4$ cm

görülüyor ki en uzun kenar AC kenarıdır. Bir dik üçgende dik açı karşısında bulunan kenara *hipotenüs* ve diğer kenarlara *dik kenarlar* denir.

* *Soru 14: Bir ABC dik üçgeninde ($\hat{A} = 90°$) $\hat{C} = 30°$ dir.*

a) B açısının ölçüsünü bulunuz.

b) [BC] nın ortası olan O noktasını A ile birleştiriniz. ABC üçgeninin iç açısal bölgelerinin ölçüleri



25.Şekil

ni bulunuz. $\triangle ABO$ nasıl bir üçgendir?

c) $\triangle AOC$'nin açılarının ölçülerini bulunuz. Bu üçgen nasıl bir üçgendir?

* Çözüm 14: a) $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180°$ →

$\hat{B} = 180° - (\hat{A} + \hat{C})$ →

$\hat{B} = 180° - (90° + 30°)$ →

$\hat{B} = 180° - 120°$ → $\boxed{\hat{B} = 60°}$

b) ABO üçgeni eşkenardır. Dolayısıyle bütün açıları eşit ve 60'ar derecedir.

c) $\hat{AOC} = 180° - 60°$ → $\hat{AOC} = 120°$

$\hat{ACO} = 30°$ (verilmiş)

$\hat{OAC} = 180° - (120° + 30°)$ → $\hat{OAC} = 180° - 150°$

→ $\hat{OAC} = 30°$

O halde OAC üçgeni ikizkenardır. (Taban açılarının ölçüleri eşit olduğu için)

10 - 4) PARALELKENAR :

a) Paraleller şeridi :

İki paralel doğrunun birleşimine paraleller şeridi denir.



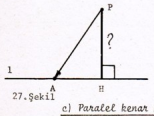
26.Şekil

AB//CD ise, AB ∪ CD = Paraleller şeridi ile 26. şekilde noktalarla belirlenen iç bölgesinin birleşimine *dolu paraleller şeridi* denir.

b) Bir noktanın bir doğruya uzaklığı :

Bir P noktasından l doğrusuna PH dikmesini çizelim. PH doğru parçasının uzunluğuna P noktasının l doğrusuna uzaklığı denir. l doğrusu üzerinde H dışında herhangi bir A noktası alalım.

$|PH| < |PA|$ dır.



27.Şekil

İki paralel doğru arasındaki uzaklık, bu doğrulardan biri üzerinde alınan bir noktanın diğer doğruya uzaklığıdır.

c) Paralel kenar nedir ?

İki paraleller şeridinin oluşturduğu kapalı şekle *paralel kenar* denir. Bir paralel kenarda karşılıklı kenarlar paralel ve eşittir. Bir paralel kenar ile bunun çevrelediği kapalı bölgenin birleşimine *dolu paralel kenar* denir.



28.Şekil

(28. Şekle bakınız.) Bir dolu paralel kenarda şu açısal bölgeler iç açısal bölgeler diye tanımlanır.

$\hat{DAB}$, $\hat{ABC}$, $\hat{BCD}$ ve $\hat{CDA}$; *Bir dolu paralelkenarda karşılıklı iç açısal bölgelerin ölçüleri birbirine eşittir.*

Her dörtgen gibi, bir paralel kenarın da iç açısal bölgelerinin ölçüleri toplamı 360° dir.

U Y G U L A M A L A R

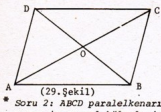
* *Soru 1: Bir ABCD paralelkenarı çiziniz ve sonra bu paralelkenarın AC ve BD köşegenlerini birleştiriniz. Köşegenlerin kesim noktası O olsun. $|OA|$, $|OC|$ ve $|OB|$, $|OD|$ uzunluklarını ölçünüz.*

$|OA| = |OC|$ ve $|OB| = |OD|$'midir?

* Çözüm 1: Bir cetvelle ölçme işlemi yapılarak;

208

PARALELKENAR



(29.Şekil)

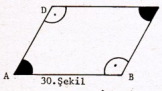
$|OA| = |OC| = 2,9$ cm

$|OB| = |OD| = 2,2$ cm

bulunur. Buradan şu sonuç çıkar: *Bir paralelkenarda köşegenler birbirini ortalar.*

* *Soru 2: ABCD paralelkenarında* $\widehat{BAD} = 62°$ *dir. Bu paralelkenarın iç açısal bölgelerinin ölçülerini hesaplayınız.*

* Çözüm 2: $\widehat{BAD} = 62°$ olarak veriliyor. O halde, paralelkenarda karşılıklı iç açısal bölgelerin ölçüleri eşit olduğundan,



30.Şekil

$\widehat{BCD} = \widehat{BAD} = 62°$ bulunur.

Her dörtgen gibi bir paralel kenarın da iç açısal bölgelerinin ölçüleri toplamı 360° olduğundan;

$\widehat{ADC} + \widehat{ABC} = 360° - (\widehat{BCD} + \widehat{BAD})$

$\rightarrow \widehat{ADC} + \widehat{ABC} = 360° - (62° + 62°) = 360° - 124°$

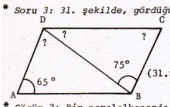
$\rightarrow \widehat{ADC} + \widehat{ABC} = 236°$ olur.

$\widehat{ADC} = \widehat{ABC}$ olduğu hatırlanırsa;

$$\widehat{ADC} = \widehat{ABC} = \frac{236°}{2}$$

$\rightarrow \boxed{\widehat{ADC} = \widehat{ABC} = 118°}$ bulunur.

* *Soru 3: 31. şekilde, gördüğünüz paralelkenarlarda* $\widehat{DAB} = 65°$ *ve* $\widehat{DBC} = 75°$*'dir. İçinde soru işareti bulunan açısal bölgelerin ölçülerini bulunuz.*



(31.Şekil)

* Çözüm 3: Bir paralelkenarda karşılıklı iç açısal bölgelerin ölçüleri eşit olduğundan;

209

PARALELKENAR

$\boxed{\widehat{DCB} = \widehat{DAB} = 65°}$

dir. Diğer yandan bir üçgenin iç açısal bölgelerinin ölçüleri toplamı 180° olduğundan;

$\widehat{BDC} + \widehat{DBC} + \widehat{DCB} = 180° \rightarrow$

$\widehat{BDC} + 75° + 65° = 180° \rightarrow$

$\widehat{BDC} + 140° = 180° \rightarrow \widehat{BDC} = 180° - 140° \rightarrow$

$\boxed{\widehat{BDC} = 40°}$ bulunur. $\widehat{ADB} = ?$

$\widehat{ADB} = \widehat{ADC} - \widehat{BDC} \rightarrow$

$\widehat{ADB} = \widehat{ADC} - 40°$

$\widehat{ADC}$ açısının ölçüsünü nereden hesaplayabiliriz? Şuradan: Paralel kenarın iç açısal bölgelerinin ölçüleri toplamı 360° dir.

$\widehat{ADC} + \widehat{ABC} + 65° + 65° = 360° \rightarrow$

$\widehat{ADC} + \widehat{ABC} + 130° = 360° \rightarrow$

$\widehat{ADC} + \widehat{ABC} = 360° - 130° = 230°$

ayrıca;

$\widehat{ADC} = \widehat{ABC}$ olduğunu biliyoruz. O halde;

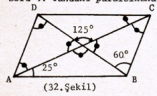
$2.\widehat{ADC} = 230° \rightarrow \widehat{ADC} = \frac{230}{2} \rightarrow$

$\boxed{\widehat{ADC} = 115°}$ olur. Bu ölçüyü;

$\widehat{ADB} = \widehat{ADC} - 40°$ eşitliğinde yerine koyarsak

$\widehat{ADB} = 115° - 40° \rightarrow \boxed{\widehat{ADB} = 75°}$ bulunur.

* *Soru 4: Yandaki paralelkenarda verilmiş olan açısal bölgelerin ölçülerinden yararlanarak, içi noktalı olan açısal bölgelerin ölçülerini bulunuz.*



(32.Şekil)

210

PARALELKENAR

* Çözüm 4: a) $\widehat{AOB} = \widehat{DOC} = 125°$ (Ters açılar)

$\widehat{DOA} + \widehat{DOC} + \widehat{COB} + \widehat{AOB} = 360°$ (Tam Açı)

$\widehat{DOA} + 125° + \widehat{COB} + 125° = 360° \rightarrow$

$\widehat{DOA} + \widehat{COB} + 250° = 360° \rightarrow$

$\widehat{DOA} + \widehat{COB} = 360° - 250° = 110°$

Ayrıca ters açılar olduklarından;

$\widehat{DOA} = \widehat{COB}$ olup dolayısıyla ; $2\widehat{DOA} = 2\widehat{COB} = 110°$

$\rightarrow \boxed{\widehat{DOA} = \widehat{COB} = 55°}$

OCB üçgeninde; $\widehat{OCB} + \widehat{CBO} + \widehat{COB} = 180° \rightarrow$

$\widehat{OCB} + 60° + 55° = 180° \rightarrow \widehat{OCB} + 115° = 180° \rightarrow$

$\widehat{OCB} = 180° - 115° \rightarrow \widehat{OCB} = 65°$

$\boxed{\widehat{DCA} = \widehat{BAC} = 25°}$ (Terseş açılar)

$\widehat{DAC} = \widehat{OCB} = 65°$ (Terseş açılar)

$\boxed{\widehat{ADB} = \widehat{DBC} = 60°}$ (Terseş açılar)

d) Dikdörtgen : Dikdörtgen iç açısal bölgelerinin ölçüleri 90'ar derece olan özel bir paralelkenardır. Paralelkenarın tüm özelliklerini kapsar.

Bir dikdörtgenin köşegenlerinin uzunlukları birbirine eşittir.

e) Eşkenar dörtgen : Kenarları birbirine eşit uzunlukta olan paralelkenara *eşkenar dörtgen* denir. Paralelkenarın tüm özelliklerini gösterir. Buna ek olarak eşkenar dörtgende köşegenler birbirine diktir ve bunlar şekilin simetri eksenleridir.

f) Kare : Kenarları birbirine eşit uzunlukta olan dikdörtgene kare denir. Kare dikdörtgen ve eşkenar dörtgenin tüm özelliklerini kapsar.

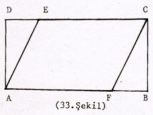
g) Çokgenler : Çeşitli doğru parçalarının birleşiminden oluşmuş kapalı şekle çokgen denir. Eşkenar üçgen ve kare gibi, kenarlarının uzunlukları ile iç açısal bölgelerinin ölçüleri birbirine eşit olan çokgenlere *düzgün çokgen* denir.

* *Soru:Eşkenar dörtgen düzgün bir çokgen midir?*

* Cevap: Eşkenar dörtgen düzgün bir çokgen değildir. Çünkü kenar uzunlukları birbirine eşit fakat iç açısal bölgelerinin ölçüleri birbirine eşit değildir.

U Y G U L A M A L A R

* *Soru 1: Dikdörtgen biçiminde bir kağıt alınız. 33.Şekilde görüldüğü gibi* $|DE| = |BF|$ *olacak şekilde E ve F noktalarını işaretleyiniz. Kağıdı* $[EA]$, $[CF]$ *boyunca kesiniz.*



(33.Şekil)

a) $[AE]$*ve* $[FC]$*'nın uzunluklarını ölçünüz.* $|AE| = |FC|$ *ve* $|AF| = |CE|$ *bulunuz mu?*

b) AFCE dörtgeni nasıl bir şekildir?

c) Bu şeklin açısal bölgelerinin ölçülerini bulunuz.Hangi açısal bölgelerin ölçüleri birbirine eşittir?

d) Dört açısal bölgenin ölçüleri toplamı $360°$ *midir?*

* Çözüm 1: a) Bir cetvel ile ölçme işlemi yapılarak ;

$|AE| = |FC| = 3$ cm ve $|AF| = |CE| = 4,3$ cm

bulunur,

b) Karşılıklı kenarları eşit olduğu için AFCE dörtgeni bir paralelkenardır.

c) $\widehat{EAF} = \widehat{ECF} = 65°$

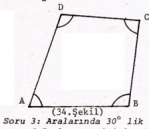
$\widehat{AFC} = \widehat{AEC} = 115°$ olup karşılıklı iç açısal bölgelerin ölçüleri birbirine eşittir.

d) $\widehat{EAF} + \widehat{ECF} + \widehat{AFC} + \widehat{AEC} = 65°$
$+ 65° + 115° + 115° = 360°$ dir.

Yani dört iç açısal bölgenin ölçüleri toplamı $360°$ dir.

* *Soru 2: Bir dolu dörtgensel bölge çiziniz ve bu şeklin iç açısal bölgelerinin toplamını bulunuz. Bu toplam* $360°$ *midir?*

* Çözüm 2: Herhangi bir dolu dörtgensel bölge çizip iç açısal bölgelerini bir iletki ile ölçelim. İç açısal bölgeleri sırayla A, B, C, D ile gösterirsek;



(34.Şekil)

$\hat{A} = 70°$, $\hat{B} = 98°$, $\hat{C} = 87°$
$\hat{D} = 105°$olup dolayısıyle;

$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} + \hat{D} = 360°$ dir. Yani

dörtgensel bölgenin iç açısal bölgelerinin ölçüleri toplamı $360°$ dir.

* *Soru 3: Aralarında* $30°$ *lik açısal bölge meydana getiren m ve n doğrularını çiziniz. Bu doğruların kesim noktası O olsun. m doğrusu üzerinde ve O noktasının iki yanında,*

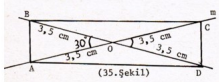
$|OA| = |OC| = 3,5$ cm

olacak şekilde A ve C noktaları işaretleyiniz. n doğrusu üzerinde,

$|OB| = |OD| = 3,5$ cm

olacak şekilde B ve D noktalarını işaretleyiniz. A, B, C, D noktalarını birleştiriniz. Meydana gelen dörtgen nasıl bir dörtgendir?

* Çözüm 3: Bir cetvelle ölçme işlemi yapılarak;



(35.Şekil)

$|AB| = |CD| = 1,7$ cm
$|AD| = |BC| = 6,8$ cm

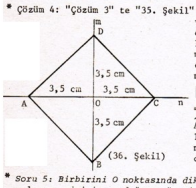
bulunur. Ayrıca bir iletki ile ölçme işlemi yapılarak;

$\hat{A} = \hat{B} = \hat{C} = \hat{D} = 90°$ bulunur.

O halde oluşan ABCD kapalı şekli bir DİKDÖRTGEN'dir.

* *Soru 4: Birbirine dik olan m ve n doğrularını çiziniz. Üçüncü uygulamadaki işlemleri, bu doğrular üzerinde yapınız. Meydana gelen dörtgen, nasıl bir dörtgendir. nedan?*

* Çözüm 4: "Çözüm 3" te "35. Şekil" de yaptığımız çizimi m ve n doğruları birbirine dik olduğuna göre tekrar layalım. Bu kez çizdiğimiz şekil üzerinden bir cetvel ve iletki ile ölçme işlemi yapılarak;



(36. Şekil)

$|AB| = |BC| = |CD| = |DA| = 5$ cm

$\hat{A} = \hat{B} = \hat{C} = \hat{D} = 90°$ bulunur. Öyle ise $m \perp n$ olması durumunda oluşan dörtgen bir KARE'dir.

* *Soru 5: Birbirini O noktasında dik olarak kesen m ve n doğrularını çiziniz. m doğrusu üzerinde O noktasının iki yanında,*

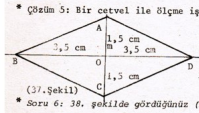
$|OA| = |OC| = 1,5$ cm

olacak şekilde A ve C noktaları işaretleyiniz. n doğrusu üzerinde de,

$|OB| = |OD| = 3,5$ cm

olacak şekilde B ve D noktalarını işaretleyiniz ve A, B, C, D noktalarını birleştiriniz. Elde ettiğiniz dörtgen nasıl bir dörtgendir?

* Çözüm 5: Bir cetvel ile ölçme işlemi yapılarak;



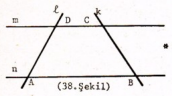
(37.Şekil)

$|AB| = |BC| = |CD| = |DA| =$ 3,8 cm bulunur. O halde oluşan dörtgen bir EŞKENAR DÖRTGEN'dir.

* *Soru 6: 38. şekilde gördüğünüz* $(m//n,\ m \cap n)$ *paraleller şe-*

PARALELKENAR

ridini l ve k doğruları kesiyor. ABCD dörtgeninde;



(38.Şekil)

a) [AB]//[CD] midir?

b) [BC]//[AD] midir?

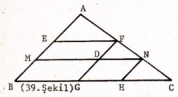
* Çözüm 6: a) m//n olduğundan; [AB]//[CD] dir.

b) k ve l doğrularının konumu hakkında birşey söylenmediğinden yani bu doğruların paralel olup olmadıkları hakkında birşey söylenemediğinden genel olarak bu doğrular paralel değildirler. O halde;

[BC]//[AD] değildir.

Bu özellikleri içeren yani; karşılıklı iki kenarı paralel olan diğer iki kenarı ise paralel olmayan dörtgene YAMUK denir.

* Soru 7: Aşağıda çizilmiş olarak verilen ABC üçgeninde;



(39.Şekil)

[EF]//[MN]//[BC] ve [HN]//[FG]//[AB] dir.

a) Elemanları, bu şekil üzerinde gördüğünüz paralelkenarlar olan bir küme yapınız.

b) Elemanları, bu şekil üzerinde gördüğünüz yamuklar olan bir küme yapınız.

* Çözüm 7: a) Sözü geçen kümeyi A ile gösterelim;

A = {EFGB Paralelkenarı, MNHB paralelkenarı, MDGB Paralelkenarı, EFDM paralelkenarı, DNHG Paralelkenarı}

a) Sözü geçen kümeyi B ile gösterelim.

B = {EFNM yamuğu, EFCB yamuğu, MNCB yamuğu, DNCG yamuğu, AFGB yamuğu, AFDM yamuğu, ANHB yamuğu, FNHG yamuğu}

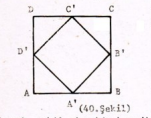
PARALELKENAR

* Soru 8: Bir kare çiziniz ve kenarlarının orta noktalarını bulunuz. Bu noktaları birleştirdiğiniz zaman nasıl bir dörtgen elde edersiniz? Aynı soruyu dikdörtgen,paralelkenar ve eşkenar dörtgen için de cevaplandırınız.

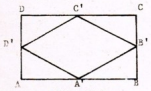
* Çözüm 8: Bir kare çizip (40. şekil) kenarlarının orta noktalarını bulup birleştirelim. Bir iletki ile ölçme işlemi yapılarak

$|A'B'| = |B'C'| = |C'D'| = |D'A'|$

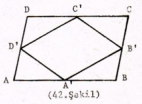
$\hat{A}' = \hat{B}' = \hat{C}' = \hat{D}' = 90°$ bulunur. O halde, bir karenin kenarlarının orta noktaları birleştirilince elde edilen kapalı şekil yine bir karedir.



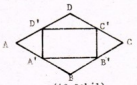
(40.Şekil)



(41.Şekil)



(42.Şekil)

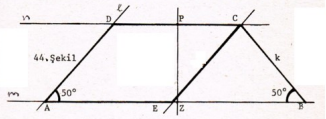


(43.Şekil)

Benzer şekilde çizim yaparak, Bir dikdörtgenin kenar orta noktalarının birleştirilmesiyle elde edilen şeklin bir ESKENAR DÖRTGEN (Bak 41. Şekil) Bir paralel kenarın kenar orta noktalarının birleştirilmesiyle elde edilen şeklin yine bir PARALEL KENAR (Bak 42. Şekil) ve bir eşkenar dörtgenin kenar orta noktalarının birleştirilmesiyle elde edilen şeklin bir DİKDÖRTGEN (Bak 43. Şekil) olduğu görülür.

PARALELKENAR

* Soru 9: (m//n, m∪n) paraleller şeridi veriliyor. m doğrusu üzerinde A noktası alınıyor. Bu noktadan geçen ve m



44.Şekil

doğrusu ile 50° lik açı yapan bir l doğrusu çiziliyor. m doğrusunun bir B noktasından geçen ve m doğrusu ile 50° lik açı yapan bir k doğrusu çiziliyor. Böylece ABCD yamuğu elde ediliyor:

a) CDA ve DCB açılarını önce ölçerek eşit olduklarını gösteriniz. Sonra ölçme yapmadan bu açıların eşitliğini belirtiniz.

b) Hangi açı BAD açısı ile yöndeştir?Bu açının ölçüsü nedir?

c) Hangi açı ABC açısı ile iç ters açıdır?

d) C noktasından AD kenarına bir paralel çiziniz. ADCE dörtgeni nasıl bir dörtgendir? Bu dörtgenin iç açısal bölgelerinin ölçülerini bulunuz.

e) EBC'nin açısal bölgelerinin ölçülerini bulunuz. $|EC| = |CB|$ midir? O halde, $|AD| = |BC|$ olur mu?

f) AC ve BD köşegenlerini çiziniz ve ölçünüz Bunlar, birbirine eşit midir?

g) ABCD yamuğunu kenarları boyunca keserek kağıttan çıkarınız. Sonra AB ve DC kenarlarının ortalarını bulunuz ve birleştiriniz. Bu doğru boyunca yamuğu katlayınız. Katlama doğrusunun iki yanındaki şekiller birbirini tümüyle örtecek mi? Bu katlama doğrusu şeklin simetri doğrusu mudur?

* Çözüm 9: a) Bir iletki ile ölçme yapılarak $\hat{CDA} = \hat{DCB}$ olduğu saptanır.

Şimdi de ölçme yapmadan bu açıların eşit oldu-

PARALELKENARLAR

gunu gösterelim: PZBC ve PZAD dörtgenlerinin iç açıların ölçüleri toplamı $360°$ olmak durumunda olduğundan ve; $\hat{P} = \hat{Z} = 90°$ olduğundan

$$\hat{DCB} + 50° = 180°$$
$$\hat{CDA} + 50° = 180°$$

yazılabilir. Buradan,

$\boxed{\hat{DCB} = \hat{CBA}}$ olduğu anlaşılır.

b) $\hat{BAD}$ ile yöndeş olan açı $\hat{CD\ell}$'dir. Dolayısıyle $\hat{CD\ell} = \hat{BAD} = 50°$' dir.

c) $\hat{ABC}$ ile iç ters olan açı $\hat{BCK}$'dır. O halde;

$\boxed{\hat{BCK} = \hat{ABC} = 50°}$

d) Karşılıklı kenarları parelel olduğu için, ADCE dörtgeni bir paralelkenardır. Bu paralelkenarın iç açısal bölgelerinin ölçüleri şöyledir:

$$\hat{DAB} = \hat{DCE} = 50°$$
$$2\hat{ADC} = 2\hat{AEC} = 360° - 2.50° = 360° - 100° = 260°$$
$$\hat{ADC} = \hat{AEC} = \frac{260°}{2} \rightarrow \boxed{\hat{ADC} = \hat{AEC} = 130°}$$

e) $\hat{DAB}$ ile $\hat{CEB}$ yöndeş açılar olduklarından;

$$\hat{CEB} = \hat{DAB} = 50° \text{ dir.}$$

O halde, $\hat{CEB} = \hat{CBE} = 50°$ ve

$$\hat{ECB} = 180° - (50° + 50°)$$
$$\hat{ECB} = 180° - 100° \rightarrow \boxed{\hat{ECB} = 80°}$$

O halde,yani taban açıları eşit olduğundan $\hat{CEB}$ ikizkenar bir üçgen olup $|EC| = |CB|$ dir.

Ayrıca ADCE paralelkenar olduğundan $|AD| = |EC|$

PARALELKENAR

dir. Son iki eşitlik karşılaştırılırsa, $|AD| = |BC|$ olur.

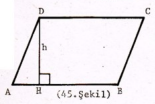
f) AC ve BD köşegenleri çizilip bir cetvel ile ölçüldüğünde;

$\boxed{|AC| = |BD|}$ bulunur.

g) Soruda anlatılan şekilde katlama yapılırsa; katlama doğrusunun iki yanındaki şekillerin birbirini tümüyle örtükleri görülür. O halde bu katlama doğrusu şeklin simetri doğrusudur.

10 - 5) PARALELKENAR VE ÜÇGENİN ALANI :

a) Paralelkenarın Alanı :



(45.Şekil)

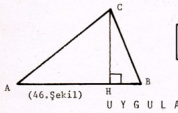
Tabanı ile yüksekliğinin çarpımına eşittir.

ABCD paralelkenarının tabanı (a), yüksekliği (h) ile gösterilirse,

Alanı : $\boxed{S = a.h}$

olarak yazılır.

b) Üçgenin Alanı :



(46.Şekil)

Tabanı ile yüksekliğinin çarpımının yarısına eşittir.

$$S = \frac{\overline{AB}.\overline{CH}}{2} = \frac{a.h}{2}$$

U Y G U L A M A L A R

* *Soru 1: Aşağıda taban ve yüksekliği verilen paralelkenarların alanlarını bulunuz.*

a) a = 18 cm, h = 12 cm *b) a = 7 dm, h = 45 cm*

c) $a = 5\frac{1}{2}$ dam, $h = 3\frac{3}{4}$ dam *d) a = 5,2 hm, h = 380 m*

PARALELKENARLAR

* Çözüm 1: a) a = 18 cm, h = 12 cm ise paralelkenarın alanı: $S = a.h = 18.12 = 216\ cm^2$ dir.

b) a = 7 dm, h = 45 cm ise paralelkenarın alanı: $S = a.h = 70.45 = 3\,150\ cm^2$ dir.

c) $a = 5\frac{1}{2}$ dam, $h = 3\frac{3}{4}$ dam ise paralelkenarın alanı;

$$S = a.h = 5\frac{1}{2}\ dam.3\frac{3}{4}\ dam$$
$$S = \frac{11}{2}.\frac{15}{4} = \frac{165}{8} = 20\frac{5}{8}\ dam^2 \text{ dir.}$$

d) $a = 5,2\ hm,\ h = 380\ m \rightarrow S = 5,2.3,8 = 19,76\ hm^2$

* *Soru 2: Aşağıda alanları ve yükseklikleri verilen paralel kenarların taban uzunluklarını bulunuz.*

a) $S = 480\ cm^2$, h = 40 cm

b) $S = 9\frac{3}{7}\ dm^2$, $h = 2\frac{2}{3}$ dm

* Çözüm 2: Alanları ve yükseklikleri verilen paralelkenarların taban uzunluklarını çarpmanın ters işleminden yararlanarak bulacağız.

a) $S = a.h \rightarrow 480 = a.40 \rightarrow$

$a = \frac{480}{40} \rightarrow \boxed{a = 12\ cm}$ bulunur.

b) $S = a.h \rightarrow 9\frac{3}{7} = a.2\frac{2}{3} \rightarrow$

$\frac{66}{7} = a.\frac{8}{3} \rightarrow a = \frac{66}{7}.\frac{3}{8} \rightarrow a = \frac{99}{28} \rightarrow$

$\boxed{a = 3\frac{15}{28}\ dm}$ bulunur.

* *Soru 3: Aşağıda alan ve taban uzunlukları verilen paralel kenarların yüksekliklerini bulunuz.*

a) $S = 130\ cm^2$, a = 20 cm *b) $S = 108,2\ cm^2$, a = 10 cm*

220

PARALELKENARLAR

* Çözüm 3: Alan ve taban uzunlukları verilen parelelkenarların yüksekliklerini *çarpmanın ters işleminden* yararlanarak bulacağız.

a) $S = a.h \rightarrow 130\ cm^2 = 20\ cm.h \rightarrow$

$\boxed{h = \frac{130}{20} = 6,5\ cm}$ bulunur.

b) $S = a.h \rightarrow 108,2 = 10.h \rightarrow h = \frac{108,2}{10}$

$\boxed{h = 10,82\ cm}$ bulunur.

* *Soru 4: Aşağıda taban ve yükseklikleri verilen üçgenlerin alanlarını hesaplayınız.*

a) a = 28 cm, h = 15 cm *b) a = 12,5 cm , h = 0,86 dm*

c) a = $8\frac{3}{5}$ cm, h = 5 cm *d) a = 0,5 dm , h = $2\frac{1}{2}$ dm*

* Çözüm 4:

a) $\boxed{\text{Üçgenin alanı: } S = \frac{a.h}{2} = \frac{28.15}{2} = 210\ cm^2 \text{ dir.}}$

b) Üçgenin alanı: $S = \frac{a.h}{2} = \frac{12,5\ cm.8,6\ cm}{2} \rightarrow$

$\boxed{S = 53,75\ cm^2}$ dir.

c) $\boxed{\text{Üçgenin alanı: } S = \frac{a.h}{2} = \frac{1}{2}.(8\frac{3}{5}).(5)}$

$\boxed{S = \frac{1}{2}.\frac{43}{5}.\frac{5}{1} = \frac{43}{2} \rightarrow S = 21\frac{1}{2}\ cm^2}$

d) Üçgenin alanı: $S = \frac{1}{2}.a.h = \frac{1}{2}.0,5\ dm.(2\frac{1}{2}\ dm)$

$S = \frac{1}{2}.\frac{5}{10}.\frac{5}{2} = \frac{25}{40}\ dm^2$ dir.

* *Soru 5: Aşağıda alan ve taban uzunlukları verilen üçgenlerin yüksekliklerini bulunuz.*

a) S = 96 cm², a = 12 cm *b) S = 14,7 dm², a = 7 dm*

c) S = 320 dam², a = 800 hm *d) S = $15\frac{1}{3}$ dm², a = $5\frac{1}{2}$ dm*

221

PARALELKENARLAR

* Çözüm 5: Alanları ve taban uzunlukları verilen üçgenlerin yüksekliklerini bulmak için önce bölmenin, sonra da çarpmanın ters işlemini uygularız.

a) $S = \frac{a.h}{2} \rightarrow 96 = \frac{12.h}{2} \rightarrow$

$12.h = 2.96 \rightarrow h = \frac{2.96}{12} \rightarrow \boxed{h = 16\ cm}$ dir.

b) $S = \frac{a.h}{2} \rightarrow 14,7\ dm^2 = \frac{7(dm).h}{2} \rightarrow$

$2.14,7 = 7.h \rightarrow h = \frac{2.14,7}{7} = \frac{29,4}{7} \rightarrow$

$\boxed{h = 4,2\ dm}$ bulunur.

c) $S = \frac{a.h}{2} \rightarrow 320\ dam^2 = \frac{1}{2}.8\ 000\ dam.h \rightarrow$

$8\ 000\ h = 2.320 \rightarrow h = \frac{2.320}{8\ 000} \rightarrow h = \frac{2}{25}\ dam$

$\underline{1\ dam = 10\ m} \rightarrow h = \frac{2}{25}.10 = \frac{20}{25}$ metre'dir.

$\boxed{h = 0,8\ m}$

d) $S = \frac{a.h}{2} \rightarrow 15\frac{1}{3}\ dm^2 = \frac{1}{2}.(5\frac{1}{2}\ dm).h \rightarrow$

$\frac{46}{3} = \frac{1}{2}.(\frac{11}{2})h \rightarrow \frac{11}{2}.h = 2.\frac{46}{3} \rightarrow$

$h = \frac{92}{3}.\frac{2}{11} \rightarrow h = \frac{184}{33} \rightarrow \boxed{h = 5\frac{19}{33}\ dm}$

bulunur.

* *Soru 6: Aşağıda alan ve yükseklikleri verilen üçgenlerin taban uzunluklarını hesaplayınız.*

a) S = 52 ar, h = 100 m *b) S = $16\frac{5}{6}$ dam², h = $5\frac{1}{2}$ dam*

* Çözüm 6:

$S = \frac{a.h}{2} \rightarrow \boxed{1\ ar = 100\ m^2}$ olduğundan,

222

PARALELKENARLAR

$52.100\ m^2 = \frac{1}{2}.a.100\ m \rightarrow$

$a.100\ m = 2.5\ 200 \rightarrow a = \frac{2.5\ 200}{100} \rightarrow$

$\boxed{a = 104\ metre}$ bulunur.

b) $S = \frac{a.h}{2} \rightarrow 16\frac{5}{6} = \frac{1}{2}.a(5\frac{1}{2}) \rightarrow$

$\frac{101}{6} = \frac{1}{2}.a(\frac{11}{2}) \rightarrow a.(\frac{11}{2}) = \frac{2.101}{6}$

$a = [\frac{2.101}{6}].\frac{2}{11} \rightarrow a = \frac{202}{33} \rightarrow \boxed{a = 6\frac{4}{33}\ dam}$

bulunur.

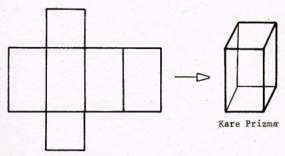
10-6) DİK PRİZMALAR :

Dik prizmalar : Yan ayrıtları taban yüzlerine dik olan prizmalara denir.

U Y G U L A M A L A R

* *Soru 1: Kartondan kare prizma ve üçgen prizma yapınız.*

* Çözüm 1: Kartondan kare prizma ve üçgen prizma yapabilmek için kartonun üzerine cetvelle aşağıdaki şekli çiziniz. Sonra da makasla keserek elde edeceğiniz kağıdı katlayın ve yapıştırın.

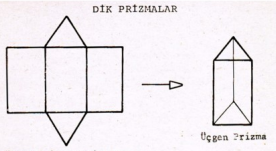


Kare Prizmanın Açınımı

Kare Prizma

223

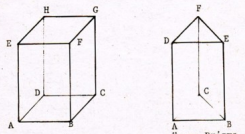
DİK PRİZMALAR



Üçgen Prizmanın Açınımı

Üçgen Prizma

* *Soru 2: Kare prizmada kaç köşe ve kaç ayrıt vardır?*
* Çözüm 2: Kare prizmada 8 köşe ve 12 ayrıt vardır.
* *Soru 3: Kare prizmanın yan ayrıtları birbirine eşit ve paralel midir?*
* Çözüm 3: Kare prizmanın yan ayrıtları birbirine eşit ve paraleldir.
* *Soru 4: Üçgen prizmanın kaç köşesi ve kaç ayrıtı vardır?*
* Çözüm 4: Üçgen prizmanın 6 köşesi ve 9 ayrıtı vardır.
* *Soru 5: Üçgen prizmanın kaç tane yan ayrıtı vardır?*
* Çözüm 5: Üçgen prizmanın 3 tane yan ayrıtı vardır.
* *Soru 6: Bir kare prizma ve bir de üçgen prizma şekli çizerek köşelerine harfler yazınız. Bu prizmalarda birbirine paralel olan ayrıtları gösteriniz.*
* Çözüm 6:



Kare Prizma

Üçgen Prizma

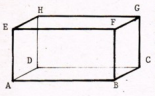
224

DİK PRİZMALAR

Kare ve üçgen prizmada birbirine paralel olan ayrıtlar yan ayrıtlardır.

Kare prizmadaki AE, BF, CG, OM yan ayrıtları üçgen prizmadaki AD, BE, CF yan ayrıtlarına paraleldir.

* *Soru 7: Dikdörtgenler prizmasında kaç tane yüzey köşegeni vardır ve bunların hangileri birbirine eşittir?*
* Çözüm 7: Dikdörtgenler prizmasında 6 yüzey ve her yüzeyde de 2'şer tane yüzey köşegeni olduğuna göre 6.2 = 12 yüzey köşegeni vardır. Dikdörtgenler prizmasında eşit olan köşegenleri bulmak için şöyle akıl yürütmeliyiz. Bir dikdörtgenin köşegenleri eşittir. Ayrıca eşit dikdörtgenlerin köşegenleri de kendi aralarında eşittir.

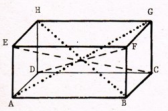


Dikdörtgenler prizmasında karşılıklı dikdörtgenlerin, birbirine eşit olmasından dolayı köşegenleri de birbirine eşittir.

1) AC = BD = EG = HF
2) ED = AH = FC = GB
3) AF = BE = DG = HC

köşegenleri birbirlerine eşittirler.

* *Soru 8: Dikdörtgenler prizmasında kaç tane cisim köşegeni vardır? Bunlar, birbirine eşit midir?*
* Çözüm 8: Dikdörtgenler prizmasında bir yüz üzerinde olmayan karşı iki köşeyi birleştiren doğru parçası cisim köşegeni olarak isimlendirildiğine göre, bu koşulu gerçekliyen 4 tane cisim köşegeni vardır. Bunlar: [BH], [AG], [CE], [DF]olup birbirlerine eşittirler. Bu neden ile BH = AG = CE = DF yazabiliriz.



225

DİK PRİZMALAR

* *Soru 9: Bir dikdörtgenler prizmasının boyutları; a = 5 cm, b = 3 cm ve c = 6 cm'dir. Bu dikdörtgenler prizmasının tüm alanı ve hacmini hesaplayınız.*
* Çözüm 9: Dikdörtgenler prizmasının tüm alanı;

$\boxed{S = 2(ab + ac + bc)} \rightarrow$

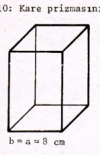
$S = 2(5.3 + 5.6 + 3.6) \rightarrow S = 2(15 + 30 + 18)$

$\rightarrow S = 126\ cm^2$ hesaplanır.

Dikdörtgenler prizmasının hacmi :

$\boxed{V = a.b.c} = 5.3.6 \rightarrow V = 90\ cm^3$ dür.

* *Soru 10: Bir kare prizması tabanının bir kenarı a = 8 cm ve yüksekliği 17 cm'dir. Bu kare prizmanın tüm alanı ile hacmini hesaplayınız.*
* Çözüm 10: Kare prizmasının tüm alanı:



$\boxed{S = 2(a^2 + ac + ac)} \rightarrow$

$S = 2(8^2 + 8.17 + 8.17)$

$= 2(336) \rightarrow S = 672\ cm^2$ hesaplanır.

Kare Prizmanın Hacmı :

$\boxed{V = a^2.c} \rightarrow V = 8^2.17 = 1088\ cm^3$ dür.