



SBS 6 sınıf Adaylarına ;

Çarpanlar ve Asal Sayılar ,Ortak bölenler, Katlar,

Kalansız Bölünebilme(2,3, 9) kuralları,

EBOB, EKOK, Bölmede

kalanlar,konularını öğreten Çözümlü sorular. [\[tıklayınız\]](#)

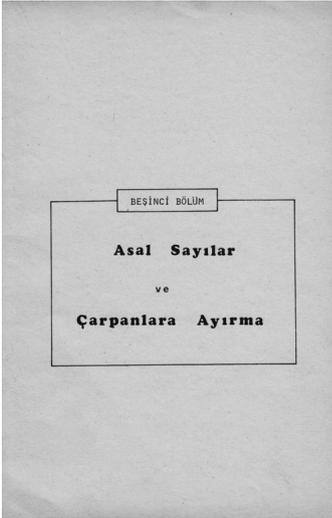
Matematik Öğretmeni (İTÜ, MÜ) [Kemal Türkeli](#)

---

kemal\_turkeli@yahoo.com, www.kemalturkeli.com Matematik Öğretmeni yazar Kemal Türkeli

özel ders vererek SBS'de puanınızı

yükseltir istediğiniz Anadolu Lisesini garantili kazandırır.



BEŞİNCİ BÖLÜM  
ASAL SAYILAR VE ÇARPANLARA AYIRMA

5-1 ) ASAL SAYILARIN TANIMI :

Bire ve kendinden başka sayılara bölünemeyen sayılara Asal Sayı denir.

Örneğin: A = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10} kümesinin, asal sayı olan elemanlarından oluşmuş küme {2, 3, 5, 7} dir.

UYGULAMALAR

\* Soru 1: 100'e dek sayma sayılarını yazınız ve 1 özel sayı sırası için alınınız.

a) 2'den büyük olan çift sayılar, neden asal sayı değildir? Bu sayıların üssünü çizin.

b) 3'ten büyük olan {6, 9, 12, ...} 3'ün katlarına çizin. Bu çidilmiş sayılardan hangileri hem 2, hem de 3 ile bölünürler?

c) 5'ten büyük olan 5'in katlarına çizin. 3 çidilmiş sayılar neden hem 2, hem 3 ve hem de 5 ile bölünürler?

d) 7'den büyük olan 7'nin katlarına çizin. Üssünde çidgi bulunmayan sayılardan bir E kümesi yapınız. Bu küme 100'e dek asal sayıların kümesi midir?

\* Çözüm 1: I = {2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, ... 95, 96, 97, 98, 99, 100} : 100'e dek sayma sayılarından oluşmuş kümedir.

a) 2'den büyük olan çift sayılar yukarıdaki asal sayı tanımına göre asal sayı değildir.

Örneğin 4 sayısı : 4 = 1.4 ve 4 = 2.2 biçiminde yazılabileceğinden kendinden başka 2 sayısına da bölünebilir dediği görülür.

Oysa asal sayı tanımına göre kendinden başka bir sayıya (kendin farklı) bölünmesi beklenmez. Çünkü bu ki tanımın koşulları gerçekleştirilmemektedir.

Bu özelliği diğer çift sayılar da gösterir.

12

ASAL SAYILARIN TANIMI

Örneğin, 6, 8, 10, 12, 14, 16, ... 98, 100 sayılarının oluşturduğu küme için de bu yargıyı doğrular.

Bu sayıların üssünü çizin.

I = {2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, ... 95, 96, 97, 98, 99, 100}

b) 3'ten büyük olan 3'ün katlarını

I = {6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, 36, 39, 42, 45, 48, 51, 54, 57, 60, 63, 66, 69, 72, 75, 78, 81, 84, 87, 90, 93, 96, 99}

çizilmiş sayılardan hem 2, hem de 3 ile bölünebilenlerin oluşturduğu küme: {6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, ... 96} dir.

c) 5'ten büyük olan 5'in katlarına çizmek için şu sayıları çizelimiz. {10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, ... 90, 95, 100}

3 çidgilli olan sayılar kümesi : {30, 60, 90} dir.

30 = 2.3.5  
60 = 2.2.3.5  
90 = 2.3.3.5

3 çidgilli sayılar hem 2, hem 3, hem de 5 ile bölünebilen sayılar olarak bulunur. Bu nedenle hem 2, hem 3 ve hem de 5 ile bölünebilirler.

d) 7'den büyük olan 7'nin katlarına çizersek, şu sayılardan oluşmuş kümenin elemanlarını çizmiş oluruz.

{14, 21, 28, 35, 42, 49, 56, 63, 70, 77, 84, 91, 98}

Üssünde çidgi bulunmayan sayılardan oluşan E kümesi :

E = {2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97}

Bu E kümesi 100'e dek ASAL SAYILAR kümesidir.

\* Soru 2: 2'den büyük olan çift asal sayılardan bir küme yapınız.

\* Çözüm 2: 2'den büyük olan çift asal sayılardan bir küme yapmak olanaksızdır. Çünkü hiçbir asal sayı bu koşulu gerçekleştirmez. Böyle elemanı olmayan kümeye boş küme adı verilir.

ASAL SAYILARIN TANIMI

13

\* Soru 3: Bütün tek sayılar, birer asal sayı mıdır?  
 \* Çözüm 3: Yukarıdaki 1 No'lu problemde bulunduğumuz Asal sayı listesinde bütün tek sayıların yer almadığına hatırlayınız. **Örneğin 9 sayısını tek sayı olmasına rağmen asal sayı değildir. Çünkü  $9 = 3 \cdot 3$  şeklinde yani kendinden farklı iki sayıya sayısının çarpımı olarak yazılabilmektedir.** Oysa asal sayı tanımını hatırlarsak 9 sayısının kendinden başka sayılara bölünememesi gerektirir. Bu nedenle 9'a asal sayıdır diyemeyiz. Oyle ise bütün tek sayılar birer asal sayı değildir diyebiliriz. Ancak bazı tek sayılar **hatırlatma: asal sayı olabilir, diyebiliriz.**

\* Soru 4: Her asal sayı tek sayı mıdır?  
 \* Çözüm 4: Yukarıda bulunduğumuz asal sayılar kümesini hatırlarsak 2 sayısını da bir asal sayı idi. Oysa 2 sayısını çift sayıdır. **Görüyoruz ki:Her asal sayı tek sayı değildir.**

\* Soru 5: 50'ye dek asal sayı olmayan tek sayılardan bir küme yapınız.  
 \* Çözüm 5: 50'ye dek asal sayı olmayan tek sayılardan bir küme yaparsak şu kümeyi buluruz.  
**{1,9,15,21,25,27,33,35,39,45,49}**

\* Soru 6: Aşağıdaki sayıların her birini, kendinden küçük olan iki sayıya sayısının çarpımı şeklinde yazınız. Bunlardan hangileri, kendinden küçük olan iki sayının çarpımı biçiminde yazılabilmektedir?  
 a) 12 b) 19 c) 27 d) 23 e) 36 f) 41 g) 49 h) 35  
 \* Çözüm 6: a)  $12 = 2 \cdot 6$ ,  $12 = 4 \cdot 3$ ,  $12 = 1 \cdot 12$   
 b) 19 = 1,19 : Kendinden küçük olan iki sayının çarpımı biçiminde yazılamaz. Yeni tam gereğince asal sayıdır.  
 c)  $27 = 3 \cdot 9$ ,  $27 = 1 \cdot 27$   
 d)  $23 = 1 \cdot 23$  Görüldüğü ki 23 sayısını kendinden küçük olan iki sayının çarpımı biçiminde yazılamaz.Asal sayı tanım gereğince 23 sayısını bu nedenle asal sayıdır denir.  
 e)  $36 = 4 \cdot 9$ ,  $36 = 2 \cdot 18$ ,  $36 = 12 \cdot 3$   
 f)  $41 = 1 \cdot 41$

ASAL SAYILARIN TANIMI

14

Görülüyor ki 41 asal sayıdır.  
 g)  $49 = 7 \cdot 7$   
 h)  $35 = 5 \cdot 7$

\* Soru 7: 10 ile 100 arasındaki asal sayıların birer basamağında 5 rakamı var mıdır?  
 \* Çözüm 7: 10 ile 100 arasındaki asal sayılar kümesi: {11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97}  
 Görülüyor ki hiç bir sayının birer basamağında 5 rakamı yoktur. Zaten olması da: Çünkük birler basamağında beş rakam olan bir sayı olsa bu sayı 5'e bölünebilirdi. Oysa hiç bir asal sayının kendinden başka bir sayıya bölünememesini biliyoruz. Oyle ise varacağına şüpheyle bir sayı asal sayı olmaz, veya verilen asal sayılar kümesinin böyle bir elemanı olmaz diyebiliriz.

\* Soru 8: 7'den büyük olan asal sayıların birer basamağında hangi rakamlar vardır?  
 \* Çözüm 8: 7'den büyük olan asal sayıların birer basamağında bulunan rakamlardan bir küme oluşturarak aşağıdaki kümeyi buluruz.  
**{1, 3, 7, 9}**

\* Soru 9: 4'ten 24'de dek çift sayıları yazınız. Bu çift sayılardan her biri, iki asal sayının toplamına eşit midir?  
 \* Çözüm 9: 4'ten 24'de dek çift sayıları yazmakla oluşturduğumuz kümeyi yazalım:  
 {4,6,8,10,12,14,16,18,20,22,24}  
 Bu sayılardan her birinin, iki asal sayının toplamına eşit olup olmadığını bakalım.  
 $4 = 2 + 2$   
 $6 = 3 + 3$   
 $8 = 3 + 5$   
 $10 = 3 + 7$   $10 = 5 + 5$   
 $12 = 5 + 7$   
 $14 = 7 + 7$   $14 = 3 + 11$   
 $16 = 11 + 5$

ASAL SAYILARIN TANIMI

15

$18 = 13 + 5$ ,  $18 = 7 + 11$   
 $20 = 17 + 3$ ,  $20 = 13 + 7$   
 $22 = 19 + 3$ ,  $22 = 17 + 5$   
 $24 = 19 + 5$ ,  $24 = 17 + 7$

Görüyoruz ki yukarıdaki tüm sayılar, iki asal sayının toplamına eşittir.

**5-2.) BİR SAYININ ÇARPANLARI**  
 24 sayısını, 1 sayıya çarpıma olarak:  
 $24 = 1 \cdot 24$ ,  $24 = 2 \cdot 12$ ,  $24 = 3 \cdot 8$  çarpımlardan biri ile yazılabilmektedir.  
 24 = 2, 12 yazılma şeklinde 2, 12 sayılarına 24'ün çarpımları adı verilir.  
 24 sayısını asal çarpımları çarpımı biçiminde yazabiliriz.  
 $24 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 2^3 \cdot 3$

**S O R U L A R :**

\* Soru 1: 36 sayısının asal çarpımlarına ayırınız?  
 \* Çözüm 1:  
 $36 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 2^2 \cdot 3^2$

\* Soru 2: 60 sayısının asal çarpımlarına ayırınız?  
 \* Çözüm 2:  
 $60 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$

16

BİR SAYININ ÇARPANLARI

\* Soru 3: Aşağıda verilen sayıları asal çarpanlarına ayırınız.

a) 16    b) 21    c) 24    d) 28    e) 39    f) 42    g) 48  
 h) 72    i) 66    j) 96    k) 156    l) 250

Çözüm 3:

a)  $16 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^4$

b)  $21 = 3 \cdot 7$

c)  $24 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 2^3 \cdot 3$

d)  $28 = 2 \cdot 2 \cdot 7 = 2^2 \cdot 7$

e)  $39 = 3 \cdot 13$

f)  $42 = 2 \cdot 3 \cdot 7$

g)  $48 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 2^4 \cdot 3$

17

BİR SAYININ ÇARPANLARI

b)  $72 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 2^3 \cdot 3^2$

i)  $66 = 2 \cdot 3 \cdot 11$

j)  $96 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 2^4 \cdot 3$

k)  $156 = 2 \cdot 7 \cdot 11$

k)  $250 = 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 2 \cdot 5^3$

**5 - 3 ) BÖLÜNEBİLME**

a) Bölünebilir mi? Nedir?

Bir sayı, başka bir sayı ile bölündüğü zaman kalan yoksa (yani sıfırsa) bölünürse veya diğer deyişle bölünebilir deriz.

Örneğin  $12(12 = 3 \cdot 4)$  sayısı 3 veya 4'e bölünürse kalan yoktur.

Bu nedenle 12, 3 ve 4'e bölünebilir diyebiliriz.

b) 2 ve 5 ile bölünebilir mi?

F - 2

18

BÖLÜNEBİLME

Birler basamağı sıfır ya da çift olan her sayı 2 ile bölünebilir.

Örneğin: 64 sayısının birler basamağındaki 4 sayısı çift olduğundan, 64 sayısı 2 ile bölünebilir deriz.

**S O R U L A R**

\* Soru 1: 1 ile 30 arasında, 2 ile bölünebilen sayıların kümesini yazınız.

\* Çözüm 1: 1 ile 30 arasında, 2 ile bölünebilen sayıların kümesini oluşturmak için birler basamağı sıfır ya da çift olan sayıları alacağız.

Araştırdığımız Küme:  $\{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26, 28\}$

\* Soru 2: 6 ve 7 rakamları ile yazılan ve 2 ile bölünebilen kaç tane sayı vardır?

\* Çözüm 2: 6 ve 7 rakamları ile yazılan sayılar 67 ve 76'dır. Bu sayılardan yalnız 76, 2 ile bölünebilir. Çünkü birler basamağı çift bir sayıdır.

\* Soru 3: 0, 4, 7 rakamları ile yazılan üç basamaklı sayılardan hangileri 2 ile bölünebilir?

\* Çözüm 3: 0, 4, 7 rakamları ile yazılabilen üç basamaklı sayılar:

407	704
470	740

dir. Bunlardan birler basamağı sıfır ya da çift olan 400, 704, 740 sayıları iki ile bölünebilirler.

\* Soru 4: (3H) sayısı, iki basamaklı bir sayıdır. H yerine hangi rakamlar yazılmalıdır ki, bu sayı 2 ile bölünebilsin?

\* Çözüm 4: H yerine 0, 2, 4, 6, 8 rakamları yazılmalıdır ki bu sayı 2 ile bölünebilsin.

\* Soru 5: (3H) sayısı: 30, 32, 34, 36, 38 şeklinde ise 2 ile bölünebilir.

\* Soru 5: 2 ile bölünebilen 4 basamaklı 5 tane sayı yazınız

\* Çözüm 5: 2 ile bölünebilen 4 basamaklı 5 sayı: 7190, 7192, 7194, 7196, 7198 dir.

BÖLÜNEBİLME

19

\* Soru 6: 8 sayısının 5 ile çarpımı 40'tır ve bu sayının birler basamağı sıfırdır. Her çift sayı 5 ile çarpıldığı zaman çarpımın birler basamağı sıfır olur mu?

\* Çözüm 6:

8 · 5 = 40
2 · 5 = 10
4 · 5 = 20
6 · 5 = 30

Örneklerinden de göreceğiniz gibi her çift sayı 5 ile çarpıldığı zaman çarpımın birler basamağı sıfır olmaktadır.

**SONUÇ:** Her çift sayı 5 ile çarpıldığı zaman çarpımın birler basamağı sıfırdır.

\* Soru 7: 7 sayısının 5 ile çarpımı 35'tir. Bu sayının birler basamağı 5'tir. Başka tek sayılara 5 ile çarpıldığında çarpımların birler basamağı 5 midir?

\* Çözüm 7:

3 · 5 = 15
5 · 5 = 25
7 · 5 = 35
9 · 5 = 45
11 · 5 = 55

Yukarıda yaptığımız örneklerden gördüğümüz gibi, tek sayıların 5 ile çarpımları sonucu bileceğimiz çarpımların birler basamağı 5 olmaktadır.

**5 ile bölünebilen sayı: Birler basamağı 0 ve 5 olan her sayı 5 ile bölünebilir.**

**SORULARI**

\* Soru 1: 1 ile 50 arasında 5 ile bölünebilen sayıların kümesini yapınız.

\* Çözüm 1: 1 ile 50 arasında 5 ile bölünebilen sayılar kümesi: {5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45} dir. Dikkat ederseniz kümenin tüm elemanları 5 ile bölünebilen sayılardan oluşmaktadır. Yani her sayının birler basamağı ya sıfır ya da beştir.

\* Soru 2: 0, 2 ve 5 rakamları ile yazılabilen üç basamaklı

BÖLÜNEBİLME

20

sayıların hangileri 5 ile bölünebilir?

\* Çözüm 2: 0, 2 ve 5 rakamları ile yazılabilen üç basamaklı sayılar kümesi: {205, 250, 502, 520} dir. Bu kümenin 5 ile bölünebilen sayıların gerçekliyi elemanlarından oluşmuş küme parçası. **{205, 250, 520} dir.**

\* Soru 3: (7A), iki basamaklı bir sayıdır. Bu sayının 5 ile bölünebilmesi için, A yerine hangi rakamlar yazılmalıdır?

\* Çözüm 3: (7A) iki basamaklı bir sayı olup, bu sayının 5 ile bölünebilmesi için A yerine 0 veya 5 rakamı yazmak gerekir. **Aranılan sayılar 70, 75 dir.**

\* Soru 4: 3, 5, 0 ve 4 rakamları ile yazılan 4 basamaklı sayılardan, 5 ile bölünebilen sayıların kümesi bulunur.

\* Çözüm 4: Sonu 0'la biten 4 basamaklı 6 tane sayı yazılabilir.

**Rakamlar:** 3540, 5340, 5430, 3450, 4350, 4530 dir.

sonu 5 ile biten 4 basamaklı 4 sayı yazılabilir.

**Rakamlar:** 3045, 3405, 4035, 4305

**SONUÇ:** 3, 5, 0 ve 4 rakamları ile yazılan, 5 ile bölünebilen 4 basamaklı sayıların oluşturduğu küme: {3540, 5340, 5430, 3450, 4350, 4530, 3045, 3405, 4035, 4305} dir

c) 3 ve 9 ile bölünebilen

**Bir sayının 3 ile bölünebilme koşulu: sayının rakamlarının toplamının 3'ün kati olmasıdır.**

BÖLÜNEBİLME

21

**Bir sayının 9 ile bölünebilme koşulu: sayının rakamlarının toplamının 9 veya 9'un kati olmasıdır.**

**UYGULAMALAR**

\* Soru 1: 1 ile 50 arasında 3 ile bölünebilen sayılardan A, 9 ile bölünebilen sayılardan B kümesini yapınız.

\* Çözüm 1: 1 ile 50 arasında olan ve 3 ile bölünebilen sayıların oluşturduğu A kümesi: A = {3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, 36, 39, 42, 45, 48} dir. 1 ile 50 arasında olan ve 9 ile bölünebilen sayıların oluşturduğu B kümesi: B = {9, 18, 27, 36, 45} dir.

\* Soru 2: 5 ve 7 rakamları ile yazılan sayılar 3 ile bölünebilir mi?

\* Çözüm 2: 5 ve 7 rakamları ile 57 ve 75 rakamları yazılabilir. İki sayının 3 ile bölünebilme koşullarını karşıladığından sayıların rakamlarının toplamının 3'ün tam kati olup olmadığını araştırılır. **5+7=12 olup 12=3·4 dir.** Yani 12 sayısı 3'ün katıdır. Bu nedenle 3 ile bölünebilen koşula gereğince 5 ve 7 rakamları ile yazılan sayılar 3 ile bölünebilir.

\* Soru 3: 9 ile bölünebilen her sayı, 3 ile bölünebilir mi?

\* Çözüm 3: 9 ile bölünebilen her sayının rakamlarının toplamı 9 veya 9'un kati olacağına göre 3'ün tam kati olacaktır, diyebiliriz. Bu nedenle 9 ile bölünebilen her sayı 3 ile de bölünebilir.

\* Soru 4: 3 ile bölünebilen her sayı 9 ile bölünebilir mi?

\* Çözüm 4: 3 ile bölünebilen her sayının rakamlarının toplamı 3 veya 3'ün katıdır. Oysa sayı sayının 9 ile bölünebilmesi için rakamlarının toplamı 9 veya 9'un kati olmalıdır. 3 ile bölünebilen her sayının rakamlarının toplamı bu iki şartı birden her zaman karşılamaz. Bu nedenle 3 ile bölünebilen her sayı 9 ile bölünmez. **Örneğin: 12 sayısının rakamlarının toplamı 1+2=3 olup bu sayı 3 ile bölünebilir. Fakat 3 sayısının 9'un kati olmadığından 12 sayısı 9'la bölünmez.**

22

BÖLÜNEBİLME

\* Soru 5: (3M5) gibi üç basamaklı bir sayı veriliyor. Kare ifadesi yerine hangi rakamlar yazılmalıdır ki, elde edilen sayı 3 ile bölünebilsin?

\* Çözüm 5: (3M5) gibi 3 basamaklı bir sayı verilmiş bulunuyor. Kare ifadesi yerine öyle rakamlar yazılmalıdır ki önce yazılan üç basamaklı sayılar 3'le bölünebilsin koşulu gerçekleşsin.

M ifadesi yerine 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 ve 9 rakamlarından birini yazarak bulacağımız sayılar 3'le bölünebilsin koşulu bakımından incelenebilir.

$M=0=305=3+0+5=8+3$  um kati değil -3 ile bölünemez  
 $M=1=315=3+1+5=9+3$  um kati olup -3 ile bölünebilir  
 $M=2=325=3+2+5=10+3$  um kati değil  
 $M=3=335=3+3+5=11+3$  um kati değil  
 $M=4=345=3+4+5=12+3$  um kati olup 3 ile bölünebilir.  
 $M=5=355=3+5+5=13+3$  um kati değil  
 $M=6=365=3+6+5=14+3$  um kati değil  
 $M=7=375=3+7+5=15+3$  um kati olup 3 ile bölünebilir.  
 $M=8=385=3+8+5=16+3$  um kati değil  
 $M=9=395=3+9+5=17+3$  um kati değil

M ifadesi yerine gelebilecek tüm rakamları yazarak hangi rakamlardan 3 ile bölünebilsin koşulu gerçekleştiğini görebiliriz.

Sonuç : M yerine M=1, M=4, M=7 rakamları yazılırsa elde edilen sayılar 3 ile bölünebilir.

3M5 = 3 1 5  
 3M5 = 3 4 5  
 3M5 = 3 7 5

sayıları aranan sayılardır.

\* Soru 6: (37M) üç basamaklı sayıdır. Her basamağında bir rakam yazılmalıdır ki, bu sayı 9 ile bölünebilsin?

\* Çözüm 6: (37M) üç basamaklı sayıdır. Her basamağında bir rakam yazılmalıdır ki 3+7+M toplamı 9'un katı olsun.

23

BÖLÜNEBİLME

na 9'un katı olabilir.

3 ile 7'nin toplamı 3+7=10 olduğundan bu koşulu ancak M=8 sayısı gerçekleştirebilir.

Çözüm 10+8=18 olup 9'un iki katıdır. (18=2.9)

Sonuç : M yerine M=8 rakamı yazılırsa bu sayı 9 ile bölünebilir.

\* Soru 7: 3 ile bölünebilen 5 basamaklı 5 tane sayı yazınız

\* Çözüm 7: 3 ile bölünebilen 5 basamaklı 5 tane sayı yapmak için önce ilk iki basamağı seçeriz. 5 basamaklı sayının ve kamları toplamının 3'ün katı olmasıdır.

1 2 3 M 5 basamaklı sayının gelişigüzel seçelim. Rakamların 4'ü belli biri belli değildir.

M yerine M=1 yazarsak,  
 $1 2 3 1 = 5+1+2+3+1=12$  sayı 3'ün katı olup 51231 sayısı 3 ile bölünebilir.

Benzer şekilde akıl yürüterek aşağıdaki sayıları seçebiliriz.

51234  
 51237  
 51243  
 51273

sayıları da 3'le bölünebilir.

\* Soru 8: 9 ile bölünebilen 4 basamaklı 5 tane sayı yazınız

\* Çözüm 8: 9 ile bölünebilen 4 basamaklı bir sayının rakamları toplamı dokuzun katı olmalıdır.

$7 2 1 M = 7+2+1+M = 10+M = 9$  yerine 8 yazmak gerekir. 7218 = sayı 9'la bölünebilir. Benzer şekilde de başka 4 sayı rakamların yerini değiştirerek veya yukarıdaki gibi akıl yürüterek bulunabiliriz.

Sonuç : 7218  
 2187  
 2178  
 2127 dir.

\* Soru 9: 24 sayısının hem 2 ile ve hem de 3 ile bölünebilen bir sayıdır. Bu sayı 21 ile bölünebilir mi?

\* Çözüm 9: 24 sayısının birler basamağı çift ve 2+4=6=2.3

24

BÖLÜNEBİLME

rakamlarının toplamı 6'ın katı olduğundan; 24 sayısının hem 2 ile hem de 3 ile bölünebilir.

24 sayısının 24=(2.3).4=6.4 şeklinde yazılabileceğinden 6 ile bölünebilir.

\* Soru 10: Aşağıdaki sayılardan hangileri 6 ile bölünebilir

a) 75 b) 84 c) 630 d) 238 e) 522

\* Çözüm 10:

a) 75 sayısının 6 ile bölünebilmesi için iki koşulu gerçekleştirmesi gerekir.

I) Birler basamağı çift sayı olmalıdır.  
 II) Rakamlarının toplamı 3'ün katı olmalıdır

1. Koşulu 75 sayısının gerçekleştirdiğini görüyoruz. Çünkü 5 çift sayı değildir.

Bu nedenle II. koşula bakmadan 75 sayısının 6 ile bölünemez diyebiliriz.

b) 84 sayısını iki koşulu birden gerçekleştiriyor. Yani hem çift sayıdır. Hem de 8+4=12=3.4 rakamlarının toplamı 3'ün katıdır.

Sonuç : 84 sayı 6 ile bölünebilir.

c) 630 sayı da hem çift sayıdır. Hem de rakamlarının toplamı 6+3+0=9=3.3'ün katıdır.

Sonuç : 630 sayı 6 ile bölünebilir.

d) 238 sayı çift sayıdır. Fakat rakamlarının toplamı 2+3+8=13'ün katı değildir. Yani iki koşulu birden gerçekleştiriyor.

Sonuç : 238 sayı 6 ile bölünemez.

e) 522 sayı bir çift sayıdır. Rakamlarının toplamı da 5+2+2=9=3.3'ün katıdır.

Sonuç : 522 sayı 6 ile bölünebilir.

5-4 ) ORTAK BÖLENLERİN EN BÜYÜĞÜ

a) Bir sayının bölenler kümesi :

ORTAK BÖLENLERİN EN BÜYÜĞÜ

25

**U Y G U L A M A L A R**

\* Soru 1: 24 ve 60 sayılarının bölenler kümesini bulunuz.

\* Çözüm 1:

24	2
12	2
6	2
3	24 = 1.24
3	24 = 2.2.2.3 = 2.(2.2.3) = 2.12
1	24 = (2.2.2).3 = 3.8
	24 = (2.3).(2.3) = 3.6
	24 = 1.24 = 2.12 = 3.8 = 4.6

$24_B = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$

60 sayısının bölenler kümesi:

60	2	60 = 1.60
30	2	60 = 2.2.3.5 = 2.30
15	3	60 = (2.2).(3.5) = 4.15
5	5	60 = (2.3).(2.5) = 6.10
1		

$60_B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 15, 30, 60\}$

\* Soru 2: 1'den 30'a dek sayıların her birinin bölenler kümesini bulunuz.

\* 1'den 30'a dek sayıların bölenler kümesi:

$1_B = \{1\}$   
 $2_B = \{1, 2\}$   
 $3_B = \{1, 3\}$   
 $4_B = \{1, 2, 4\}$   
 $5_B = \{1, 5\}$   
 $6_B = \{1, 2, 3, 6\}$   
 $7_B = \{1, 7\}$   
 $8_B = \{1, 2, 4, 8\}$   
 $9_B = \{1, 3, 9\}$   
 $10_B = \{1, 2, 5, 10\}$

ORTAK BÖLENLERİN EN BÜYÜĞÜ

26

$11_B = \{1, 11\}$   
 $12_B = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$   
 $13_B = \{1, 13\}$   
 $14_B = \{1, 2, 7, 14\}$   
 $15_B = \{1, 3, 5, 15\}$   
 $16_B = \{1, 2, 4, 8, 16\}$   
 $17_B = \{1, 17\}$   
 $18_B = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$   
 $19_B = \{1, 19\}$   
 $20_B = \{1, 2, 4, 5, 10, 20\}$   
 $21_B = \{1, 3, 7, 21\}$   
 $22_B = \{1, 2, 11, 22\}$   
 $23_B = \{1, 23\}$   
 $24_B = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$   
 $25_B = \{1, 5, 25\}$   
 $26_B = \{1, 2, 13, 26\}$   
 $27_B = \{1, 3, 9, 27\}$   
 $28_B = \{1, 2, 4, 7, 14, 28\}$   
 $29_B = \{1, 29\}$   
 $30_B = \{1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30\}$

\* Soru 3: Bir sayının en büyük ve en küçük böleni hangi sayıdır.

\* Çözüm 3: Bir sayının en büyük böleni kendisidir. Diğer yandan bir sayının en küçük böleni 1 rakamıdır.

b) İki sayının ortak bölenleri:

**U Y G U L A M A L A R**

\* Soru 1: Aşağıda verilen sayıların bölenler kümesini bulunuz.  
a) 16 b) 11 c) 20 d) 45 e) 72 f) 43

ORTAK BÖLENLERİN EN BÜYÜĞÜ

\* Çözüm 1: a)  $16 = 2.2.2.2 = 2.8 = 4.4$

16	2
8	2
4	2
2	16 = 1.16
2	
1	

b)  $11_B = \{1, 11\}$   
c)  $20_B = \{1, 2, 4, 5, 10, 20\}$   
d)  $45_B = \{1, 3, 5, 9, 15, 45\}$   
e)  $72_B = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 24, 36, 72\}$   
f)  $43_B = \{1, 43\}$

\* Soru: Aşağıda verilen sayı çiftlerinin ortak bölenlerinin en büyüğünü bulunuz.  
a) 6 ; 12                      b) 28 ; 42                      c) 15 ; 30  
d) 36 ; 54                      e) 9 ; 12                      f) 11 ; 18

\* Çözüm 2: a) (6;12)obeb = 6

6	2	12	2
3	2	6	2
1	6 = 2.3	3	12 = 2.2.3
			1

6 ve 12 sayılarından her birinin bölenler kümesi

$6_B = \{1, 2, 3, 6\}$   
 $12_B = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$  dir.

Bu iki kümenin kesişim kümesi:

$6_B \cap 12_B = \{1, 2, 3, 6\}$  olur.

İlde ettiğimiz arakesit kümesine Ortak Bölenler Kümesi adı verilir. 6 bu kümenin en büyük sayıdır. Yani 6 sayıların 6 ve 12 sayılarının ortak olan bölen sayıların en büyüğü olduğu görülmüştür.

Bu nedenle bu sayıya 6 ve 12 sayılarının ortak bölencinin en büyüğü adı verilir.

28

ORTAK BÖLENLERİN EN BÜYÜĞÜ

$(6; 12)$  obeb = 6

Bu sayıların ortak bölenlerinin en büyüğü, bir de asal çarpanlar yolu ile bulalım.

$$\begin{array}{r} 6 = 2 \cdot 3 \\ 12 = 2^2 \cdot 3 \\ \hline (6; 12) \text{obeb} = 2 \cdot 3 = 6 \end{array}$$

b)  $(28; 42)$  obeb = ?

$$\begin{array}{r} 28 \begin{array}{l} 2 \\ 2 \\ 7 \\ 1 \end{array} \\ 42 \begin{array}{l} 2 \\ 3 \\ 7 \\ 1 \end{array} \\ \hline 28 = 2 \cdot 2 \cdot 7 \\ 42 = 2 \cdot 3 \cdot 7 \end{array}$$

Verilen sayıların ortak bölenlerinin en büyüğü önce asal çarpanlar yolu ile bulalım.

$$\begin{array}{r} 28 = 2^2 \cdot 7 \\ 42 = 2 \cdot 3 \cdot 7 \\ \hline (28; 42) \text{obeb} = 2 \cdot 7 = 14 \end{array}$$

28 ve 42 sayılarının her birinin bölenler kümesini bulalım.

$$28_B = \{1, 2, 4, 7, 14, 28\}$$

$$42_B = \{1, 2, 3, 6, 14, 21, 42\}$$

$$28_B \cap 42_B = \{1, 2, 4, 7, 14, 28\} \cap \{1, 2, 3, 6, 14, 21, 42\} = \{1, 2, 14\}$$

Bulunan ortak bölenler kümesinin en büyük sayısı aradığımız sayıdır. Yani 28 ve 42 sayılarının ortak olarak bölen sayılarının en büyüğü 14'tür.

c)  $(15; 30)$  obeb = ?

I. Yol : Asal çarpanlara ayırarak,

$$\begin{array}{r} 15 \begin{array}{l} 3 \\ 5 \\ 1 \end{array} \\ 30 \begin{array}{l} 2 \\ 3 \\ 5 \\ 1 \end{array} \\ \hline 15 = 3 \cdot 5 \\ 30 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \end{array}$$

29

ORTAK BÖLENLERİN EN BÜYÜĞÜ

$15 = 3 \cdot 5$

$30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$

$(15; 30)$  obeb =  $3 \cdot 5 = 15$ 'tir.

II. Yol : İki sayının bölenler kümesinin en büyük sayısını bularak gözelelim.

$$15_B = \{1, 3, 5, 15\}$$

$$30_B = \{1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30\}$$

$15_B \cap 30_B = \{1, 3, 5, 15\}$  dir.

Ortak bölenlerin en büyüğünün 15 sayısı olduğu görülüyor.

$(15; 30)$  obeb = 15

d)  $(36; 54)$  obeb = ?

I. Yol :

$$\begin{array}{r} 36 \begin{array}{l} 2 \\ 2 \\ 3 \\ 3 \\ 1 \end{array} \\ 54 \begin{array}{l} 2 \\ 3 \\ 3 \\ 3 \\ 1 \end{array} \\ \hline 36 = 2^2 \cdot 3^2 \\ 54 = 2 \cdot 3^3 \\ \hline (36; 54) \text{obeb} = 2 \cdot 3^2 = 18 \end{array}$$

Dikkat etmişsemiz daha önce yaptığımız gibi 36 ve 54 sayılarının ortak bölenlerinin en büyüğü, ortak bölen asal çarpanlarının en büyük üyelerinin çarpımı olarak bulduk.

II. Yol :

$$36_B = \{1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36\}$$

$$54_B = \{1, 2, 3, 6, 9, 18, 27, 54\}$$

$$36_B \cap 54_B = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$$

30

ORTAK BÖLENLERİN EN BÜYÜĞÜ

İki sayının ortak bölenler kümesinin en büyük elemanının 18 sayısı olduğu görülüyor.

e)  $(9; 12)$  obeb = ?

I. Yol :

$$\begin{array}{r} 9 \begin{array}{l} 3 \\ 3 \\ 1 \end{array} \\ 12 \begin{array}{l} 2 \\ 2 \\ 3 \\ 1 \end{array} \\ \hline 9 = 3 \cdot 3 \\ 12 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \end{array}$$

$9 = 3^2$

$12 = 2^2 \cdot 3$

$(9; 12)$  obeb = 3 buluruz.

II. Yol :

$$9_B = \{1, 3, 9\}$$

$$12_B = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$$

$9_B \cap 12_B = \{1, 3, 9\} \cap \{1, 2, 3, 4, 6, 12\} = \{1, 3, 9\}$

Kümesinden görülüyor ki ortak bölenlerin en büyüğü 3 sayıdır.

f)  $(11; 18)$  obeb = ?

$$\begin{array}{r} 11 \begin{array}{l} 11 \\ 1 \end{array} \\ 18 \begin{array}{l} 2 \\ 3 \\ 3 \\ 1 \end{array} \\ \hline 11_B = \{1, 11\} \\ 18_B = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\} \\ 11_B \cap 18_B = \{1, 11\} \cap \{1, 2, 3, 6, 9, 18\} \\ \hline 11_B \cap 18_B = \{1\} \end{array}$$

Görüyoruz ki 11 ve 18 sayılarının ortak bölenleri yalnızca 1'dir. Bu nedenle ortak bölenlerin en büyüğü de 1'dir.

ORTAK BÖLENLERİN EN BÜYÜĞÜ

Sonuç : 11 ve 18 sayı çiftinin ortak bölenlerinin en büyüğü birdir.

\* Soru 3: İki sayı verildiği zaman bunlardan biri öbüründen tam olarak bölerse, bu iki sayının ortak bölenlerinin en büyüğü hangisidir?

\* Çözüm 3: İki sayı verildiği zaman bunlardan biri öbüründen tam olarak bölerse, bu iki sayının ortak bölenlerinin en büyüğü küçük olan sayıdır.

Örneğin : 6 ve 12 sayılarının 6, 12'yi tam olarak böler. 12 = 6.2  
Bu nedenle 6 ve 12 sayılarının ortak bölenlerinin en büyüğü küçük olan 6 sayıdır.

\* Soru 4: Aşağıda verilen sayıların, ortak bölenlerinin en büyüğünü bulunuz.

a) 7; 21; 14      b) 18; 27; 45      c) 21; 24; 23

\* Çözüm 4: a) (7; 21; 14)obeb = ?

I. Yol :

7	21	14
1	3	2

7 = 1.7  
21 = 3.7  
14 = 2.7

(7, 21, 14)obeb = 7 bulunur.

II. Yol :

$7_n = (1, 7)$   
 $21_n = (1, 3, 7, 21)$   
 $14_n = (1, 2, 7, 14)$

(7\_n 21\_n) 14\_n = (1, 7) 1 (1, 2, 7, 14) = (1, 7)

(7, 21, 14)obeb = 7 dir.

ORTAK BÖLENLERİN EN BÜYÜĞÜ

b) (18, 27, 45)obeb = ?

I. Yol :

18	27	45
3	9	15
3	3	3
1	1	1

18 = 2.3.3  
27 = 3.3.3  
45 = 3.3.5

18 = 2.3<sup>2</sup>  
27 = 1.3<sup>3</sup>  
45 = 5.3<sup>2</sup>

(18, 27, 45)obeb = 3<sup>2</sup> = 9 dur.

II. Yol :

$18_n = (1, 2, 3, 6, 9, 18)$   
 $27_n = (1, 3, 9, 27)$   
 $45_n = (1, 3, 5, 9, 15, 45)$

(18\_n 27\_n) 45\_n = (1, 3, 9) 1 (1, 3, 5, 9, 15, 45) = (1, 3, 9)

(18, 27, 45)obeb = 9'dur.

c) (21; 24; 23)obeb = ?

21	24	23
7	12	1
1	6	1
1	3	1
1	1	1

21 = 1.3.7.21  
24 = 1.2.3.4.6.8.12.24  
23 = 1.23

ORTAK BÖLENLERİN EN BÜYÜĞÜ

(21\_n 24\_n) 23\_n = (1, 3) 1 (1, 23) = (1)

Ortak bölenler ki 3 sayının ortak bölenlerinin en büyüğü 1 dir.

\* Soru 5: 48 ve 72 sayıları veriliyor.  
a) Bu sayıların ortak bölenlerinin en büyüğü olan sayı nedir?  
b) Bu sayıların ortak bölenlerinin en büyüğü ne dir?

\* Çözüm 5:

48	72
24	36
12	18
6	9
3	3
1	1

48 = 1.2.3.4.6.8.12.16.24.48  
72 = 1.2.3.4.6.8.9.12.18.24.36.72

48\_n 72\_n = (1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48) 1 (1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 24, 36, 72)

48\_n 72\_n = (1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24)

Ortak bölenler kümesi incelense 48 ve 72 sayılarının en küçük ortak böleninin 2 sayısı olduğu görülür.

48 ve 72 sayılarının ortak bölenlerinin en büyüğünün 24 sayısı olduğu ortak bölenler kümesinde görülmüştür.

\* Soru 6: a) Sayma sayıları kümesinde alınan iki sayının ortak bölenlerinin en büyüğü, bu kümenin bir elemanıdır mı?  
b) Sayma sayıları kümesi, sayıların ortak bölenlerinin en büyüğünü bulma işleminde göre, kapalılık özelliği gösterir mi?

\* Çözüm 6: a) Sayma sayıları kümesinde alınan iki sayının ortak bölenlerinin en büyüğü, gene bu kümenin bir elemanıdır.  
b) Yukarıda belirtildiği gibi cevabın işığında diyebiliriz ki sayma sayıları kümesi, sayıların ortak bölen-

F-3

34

ORTAK BÖLENLERİN EN BÜYÜĞÜ

rinin en büyüğü bulma işlemini göre kâğıdıdır.

\* Soru 7: 48 ve 72 m uzunluğunda iki ip var. Bu iki ip eşit parçalara bölünmüştür. Parçalardan her birinin en büyük olması isteniyor.

a) Parçaların her birinin uzunluğu ne kadardır?  
b) Her ip kaç eşit parçaya ayrılmıştır?

\* Çözüm 7: a) İki ip eşit parçalara bölünmek istendiğine göre bu uzunluk 48 ve 72 sayılarının ortak bölenleri kümesinin bir elemanı olmalıdır. Birde iki ipin kesilmesi ile elde edilecek eşit parçaların en uzun parçalar olması isteniyor. Bu koşulu gerçekleştirmek için 48 ve 72 sayılarının ortak bölenleri kümesinin en büyüğü olan sayıyı seçmeliyiz.

48   2	72   2
24   2	36   2
12   2	18   2
6   2	9   3
3   3	3   3
1   1	1   1

$48_m = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48\}$   
 $72_m = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 24, 36, 72\}$   
 $48 \cap 72 = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$

Ortak bölenler kümesinin en büyüğü olan sayının 24 olduğu görülüyor. Yani parça ölçülerinden her birinin uzunluğu 24 metredir. ve bunlar birbirine eşittir.

b)  $48 : 24 = 2$  olduğundan 48 metrelik ip 2 parçaya bölünmüştür demektir.  $72 : 24 = 3$  olduğundan, 72 metrelik ip 3 eşit parçaya bölünmüştür demektir.

\* Soru 8: 28 ve 42 litrelik iki fişçı seytinpaşası ile doluyur. Bu iki fişçıda bulunan seytinpaşanın eşit hacimli en büyük kaplara boşaltmak istiyoruz. Kapaların hangi hacimlerde olabileceğini 28 ve 42 sayılarının ortak bölenleri kümesinin elemanlarını inceleyerek anlayabiliriz. Bize

35

ORTAK BÖLENLERİN EN BÜYÜĞÜ

en büyük kaplara boşaltmak istediğimizden ortak bölenlerin en büyüğü olacaktır demektir.

28   2	42   2
14   2	21   3
7   7	7   7
1   1	1   1

$28_m = \{1, 2, 4, 7, 14, 28\}$   
 $42_m = \{1, 2, 3, 6, 7, 14, 21, 42\}$   
 $28 \cap 42 = \{1, 2, 7, 14\}$

Ortak bölenler kümesinden 28 ve 42 sayılarının ortak bölenlerin en büyüğünü 14 sayıyı olduğu görülmüştür.

Sonuç : Boşaltılacak kapların hacmi 14 litre olacaktır.

**5-5) BÖLMEDE KALANLAR :**

Kalansız Bölme : Kalanı sıfır olan bölmeye denir.

**U Y G U L A M A L A R**

\* Soru 1: Aşağıda verilen bölme işlemlerini ve sonuçlarını yapınız.

a)  $311 : 17 = ?$  b)  $4501 : 36 = ?$   
 c)  $8819 : 29 = ?$  d)  $9027 : 125 = ?$

\* Çözüm 1: a)  $311 : 17 = ?$

311   17	Sağlama :
17   18	Bölünen = Bölüm.Bölen + Kalan
141   4	311 = 18 . 17 + 5
138   3	311 = 305 + 5 = 311 olduğundan
5	bölme işlemi doğrudur.

36

**BÖLMEDE KALANLAR**

b)  $4501 : 36 = ?$

4501   36	Sağlama :
36   125	$4501 = 125.36 + 1$
090	$= 4500 + 1 = 4501$ olduğundan
72	bölme işlemi doğrudur.
181	
-180	
1 = Kalan	

c)  $8819 : 29 = ?$

8819   29	Sağlama :
29   304	$8819 = 304.29 + 3$
119	$= 8816 + 3 = 8819$ olduğundan
-118	bölme işlemi doğrudur.
3 = Kalan	

d)  $9027 : 125 = ?$

9027   125	Sağlama :
125   72	$9027 = 72.125 + 27$
875	$= 9000 + 27 = 9027$ olduğundan
277	bölme işlemi doğrudur.
-275	
2 = Kalan	

\* Soru 2: Bir bölme işleminde bölün 7, bölün 16 ve kalan 4 olduğuna göre, bölünen sayıyı bulunuz.

\* Çözüm 2:

Bölünen = Bölüm.Bölen + Kalan
$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$
Bölünen = 7 . 16 + 4
Bölünen = 112 + 4
Bölünen = 116 olarak bulunur.

Sağlama :

116   7
16   16
-112
4 = Kalan

\* Soru 3: Bir bölme işleminde bölünen 128, bölün 9 ve kalan da 2 olduğuna göre, bölümlü bulunuz.

BÖLMEDE KALANLAR

37

\* Çözüm 3: 
$$\begin{array}{r} \text{Bölünen} = \text{Bölüm} \cdot \text{Bölen} + \text{Kalan} \\ 128 = 7 \cdot 9 + 2 \end{array}$$

Toplamın ters işleme göre:  
 $128 - 2 = 7 \cdot 9 + 7 \cdot 9 - 126$  bulunur. Çarpanın ters işleme göre:  
 $7 = \frac{126}{9} = 14$  olarak bölüm hesaplanır.

\* Soru 4:  $3 \cdot 2 \cdot 3 \mid n$   
 $\frac{n}{12}$   
 Bölme işleminde, kalanı bulunur.

\* Çözüm 4: 
$$\begin{array}{r} \text{Bölünen} = \text{Bölüm} \cdot \text{Bölen} + \text{Kalan} \\ 323 = 12 \cdot n + 11 \end{array}$$

Toplamın ters işleme göre:  
 $12 \cdot n = 323 - 11 = 12 \cdot n = 312$  yazılabilir. Sonra çarpanın ters işleme göre bölen,  
 $n = \frac{312}{12} = n = 26$  bulunur.

\* Soru 5: Bir bölme işleminde bölünen 670, bölen 35 ve bölüm 19 olduğuna göre, kalanı bulunur.

\* Çözüm 5: 
$$\begin{array}{r} \text{Bölünen} = \text{Bölüm} \cdot \text{Bölen} + \text{Kalan} \\ 670 = 35 \cdot 19 + \text{Kalan} \end{array}$$

$670 = 665 + \text{Kalan}$ , Toplamın ters işleme göre kalanı bulabiliriz.  
 $\text{Kalan} = 670 - 665 = \text{Kalan} = 5$  bulunur.

\* Soru 6: Aşağıdaki tabloda soru işaretli yerlere yazılması gereken sayıları bulunuz. Bu tabloya dörtgeninde tamamla yazınız.

38

BÖLMEDE KALANLAR

Bölünen = Bölüm x Bölen + Kalan

a =	7	7	9	2
b =	104	4	7	0
c =	129	7	16	1
d =	98	15	6	7
e =	7	24	36	0
f =	1165	23	7	15

\* Çözüm 6:

a) 
$$\begin{array}{r} \text{Bölünen} = \text{Bölüm} \cdot \text{Bölen} + \text{Kalan} \\ = 7 \cdot 9 + 2 \\ = 63 + 2 \\ \text{Bölünen} = 65 \text{ bulunur.} \end{array}$$

b)  $104 = 4 \cdot 7 + 0 = 7 \cdot \frac{104}{7} = 7 \cdot 28$  dir.

c)  $129 = 7 \cdot 16 + 1$   
 $7 \cdot 16 = 129 - 1 = 7 \cdot 16 = 128 + 7 = \frac{128}{16} = 7 = 8$  dir.

d)  $98 = 15 \cdot 6 + 7 = 98 - 90 = 7 = 8$  dir.

e)  $7 = 24 \cdot 36 + 0 = 7 = 864$  dir.

f)  $1165 = 23 \cdot 7 + 15 = 23 \cdot 7 = 1165 - 15 = 23 \cdot 7 = 1150 + 7 = \frac{1150}{23} = 7 = 50$

Böylece verilen tablodaki soru işaretli yerlere yazılması gereken sayıları hesaplamış olduk. Tericimize yazarsak;

Bölünen	Bölüm	Bölen	Kalan	
a =	65	7	9	2
b =	104	4	28	0
c =	129	8	16	1

39

BÖLMEDE KALANLAR

d =	98	15	6	8
e =	864	24	36	0
f =	1165	23	50	15

\* Soru 7: 185 : 16 bölme işlemini yapınız.  
 a) Bu işlemi, bölmenin sağlama özelliğine göre, eşitlikte gösteriniz.  
 b) Bulduğunuz eşitliğe göre, kalanın bölenden daha büyük olamayacağını açıklayınız.

\* Çözüm 7: 
$$\begin{array}{r} 185 \mid 16 = \text{Bölüm} \\ -16 \quad 11 = \text{Bölüm} \\ \hline 25 \\ -16 \\ \hline 9 = \text{Kalan} \end{array}$$

a) 
$$\begin{array}{r} \text{Bölünen} = \text{Bölüm} \cdot \text{Bölen} + \text{Kalan} \\ 185 = 11 \cdot 16 + 9 \end{array}$$

b) Bölme işleminde kalan bölenden küçük oluncaya kadar devam edildiğini hatırlayınız. Bu nedenle kalan bölenden büyük olamaz.  
 Örneğin; kalan bölenden daha büyük olsa  
 $185 = 10 \cdot 16 + 25$  ifadesi şöyle yazılabilir:  
 $185 = 10 \cdot 16 + (16 + 9)$   
 Çarpma işleminin bölüne işleminin üzerinde dağılması özelliğinden,  
 $185 = 16(10 + 1) + 9$   
 $= 16 \cdot 11 + 9$  bulunur. Yani kalan bölenden daha büyük olamaz.

\* Soru 8: (1 : 5) bölme işleminde bölüm ve kalanı bulunuz.

\* Çözüm 8:  $1 : 5 = 7$   

$$\begin{array}{r} 1 \mid 5 \\ -0 \quad 0 = \text{Bölüm} \\ \hline 1 = \text{Kalan} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{Bölünen} = \text{Bölüm} \cdot \text{Bölen} + \text{Kalan} \\ 1 = 0 \cdot 5 + 1 \end{array}$$

40 BÖLMEDE KALANLAR

Soru 9:  $(1:5)$  işleminde bölün 0, ve kalan 1' dir.

\* Soru 9:  $(0:7)$  bölme işleminde bölün ve kalan nedir?

\* Çözüm 9: Sifir sayısının 7 sayısına bölünmesi sıfır ve kalan da sıfırdır.

$0 = 0 \cdot 7 + 0$

\* Soru 10: a) 72 : 60 bölme işlemini yapınız ve bölünenin ne? İfade Gevazlılım göre, bu bölme işleminin gösterimini.  
b) 72 ve 60 sayılarının bölünenler kümesinin yapınız.  
c) Yukarıdaki bölme elde edilen kalanın bölünenler kümesini yapınız.  
d) 72'nin 60'ya keskin kümesinin elemanları, kalan sayısının bölünenleri olur mu?

\* Çözüm 10: a)  $72 \overline{) 60}$   
 $\begin{array}{r} -60 \\ \hline 12 \text{ -Kalan} \end{array}$   $72 = 1 \cdot 60 + 12$

b)  $72 \overline{) 2}$   $60 \overline{) 2}$   
 $\begin{array}{r} 36 \overline{) 2} \\ 18 \overline{) 2} \\ 9 \overline{) 2} \\ 3 \overline{) 2} \\ 1 \end{array}$   $\begin{array}{r} 30 \overline{) 2} \\ 15 \overline{) 2} \\ 5 \overline{) 2} \\ 1 \end{array}$   
 $60 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$   
 $72 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$

72 ve 60 sayılarının bölünenler kümesi:  
 $72_n = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 24, 36, 72\}$   
 $60_n = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60\}$

c)  $12 \overline{) 2}$   $12 = 2 \cdot 2 \cdot 3$   
 $\begin{array}{r} 6 \overline{) 2} \\ 3 \overline{) 2} \\ 1 \end{array}$

12'nin bölünenler kümesi:  
 $12_n = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$

41 BÖLMEDE KALANLAR

d)  $72 \overline{) 60}$   $72 = 1 \cdot 60 + 12$   
 $\begin{array}{r} 72 \overline{) 60} \\ \hline 12 \end{array}$

Görüyorum ki keskin kümesinin elemanları kalan sayısının bölünenleri olmaktadır.

**5 - 6 ) ORTAK KATLARIN EN KÜÇÜĞÜ**

a) 5'ın sayısının katları :

\* Soru 1: 4, 7, 8 sayılarının 0 ve 50 arasında bulunan katlarından oluşan kümesini yapınız.

\* Çözüm 1:  
 $4_n = \{4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40, 44, 48\}$   
 $7_n = \{7, 14, 21, 28, 35, 42, 49\}$   
 $8_n = \{8, 16, 24, 32, 40, 48\}$

Yukarıda 4; 7; 8 sayılarının 0 ve 50 arasında bulunan katlarından oluşan kümeleri yazdık.

b) 12'nin sayısının ortak katları :

**Kural :** Verilen iki veya daha fazla sayının ortak katlarından en küçükünü bulmak için, verilen sayıların ortak çarpanlarının en büyük üslup elemanları ile ortak olmayan ortak çarpanlarını çarparak gireriz.

\* Soru 2: 12 ve 36 sayılarının ortak katlarının en küçüğü nedir?

\* Çözüm 2: 12 ve 36 sayılarının ortak katlarının en küçüğü 36'dır. Aramız ortak katların en küçüğü hem 12 ve hem de 36'nın çarpanlarını kapsar.

$\begin{array}{r} 12 \overline{) 36} \\ 6 \overline{) 36} \\ 3 \overline{) 36} \\ 1 \end{array}$   $\begin{array}{r} 36 \overline{) 36} \\ 18 \overline{) 36} \\ 9 \overline{) 36} \\ 3 \overline{) 36} \\ 1 \end{array}$

42 BÖLMEDE KALANLAR

$12 = 2^2 \cdot 3$   
 $36 = 2^2 \cdot 3^2$  olup ortak katların en küçüğü bulma kuralını uyguladık.  
 $(12, 36)$  ekok =  $2^2 \cdot 3^2 = 4 \cdot 9 = 36$  buluruz.

**Soru 1:** 12 ve 36 sayılarının ortak katlarının en küçüğü 36'dır.

**UYGULAMALAR**

\* Soru 1: 15 ve 4'ün ortak katlarının en küçüğü bulunuz.

\* Çözüm 1: Ortak katların en küçüğü hem 15 ve hem de 4'ün çarpanlarını kapsar.

$\begin{array}{r} 15 \overline{) 3} \\ 5 \overline{) 3} \\ 1 \end{array}$   $\begin{array}{r} 4 \overline{) 2} \\ 2 \overline{) 2} \\ 1 \end{array}$   $4 = 2^2$

$15 = 3 \cdot 5$

$(4, 15)$  ekok =  $3 \cdot 5 \cdot 2^2 = 60$  olarak bulunur. Aynı sonuç şöyle de bulabiliriz. 15 ve 4 sayılarının katlarının kümesini bulalım.

$15_n = \{0, 15, 30, 45, 60, 75, 90, \dots\}$   
 $4_n = \{0, 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40, 44, 48, 52, 56, 60, 64, \dots\}$

$15_n$  ve  $4_n = \{0, 60, \dots\}$  15 ve 4'ün ortak katlarının kümesine ilişkin elemanları inceleyerek 60 sayısının ortak katların en küçüğü olduğunu görürüz.

\* Soru 2: a) 5 ve 12 sayılarının ortak bölünenlerinin en küçüğü nedir?  
 b) Bu sayıların ortak katları kümesini bulunuz.  
 c) Bu sayıların ortak katlarının en küçüğü nedir?

\* Çözüm 2: a)  $5_n = \{1, 5\}$   
 $12_n = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$   
 $5 \overline{) 12} = 1$

Görüyorum ki 5 ve 12 sayılarının 1 sayısı dışında ortak

Kemal Türkeli tarafından yazıldı.

BÖLMEDE KALANLAR

böleni yoktur. Ortak bölenlerin en büyüğü 6'dır.

b) Bu sayıların ortak katları kümesi:

$$5_k = \{0, 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, 55, 60, 65, 70, 75, 80, 85, 90, \dots\}$$

$$12_k = \{0, 12, 24, 36, 48, 60, 72, 84, 96, 108, \dots\}$$

$$5_k \cap 12_k = \{0, 60, \dots\}$$

5 ve 12 sayılarının ortak katları kümesidir.

c) Bu sayıların ortak katlarının en büyüğü 60'dır

\* Soru 3: 3 ve 5 sayılarının ortak katlarının en büyüğü nedir?

\* Çözüm 3: 3 ve 5'in katlarını kümesini yapalım.

$$2_k = \{0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26, 28, 30, 32, \dots\}$$

$$3_k = \{0, 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, 36, \dots\}$$

$$5_k = \{0, 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, \dots\}$$

$$(2_k \cap 3_k) \cap 5_k = \{0, 6, 12, 18, 24, 30, \dots\} \cap \{0, 5, 10, 15, 20, \dots\}$$

$$(2_k \cap 3_k) \cap 5_k = \{0, 30, 60, \dots\}$$

Çözülüyor ki 2, 3 ve 5 sayılarının ortak katlarının en büyüğü 60'dır.

$$(2; 3; 5) \text{okak} = 60$$

\* Soru 4: Aşağıda verilen sayıların ortak katlarının en büyüğü bulunuz.

a) 5; 12                      b) 6; 8; 4                      c) 5; 7; 16  
d) 28; 36                      e) 30; 50                      f) 14; 21; 22

\* Çözüm 4:

a) (5; 12)okak = ?

$$5 = 5 \cdot 1$$

$$12 = 2^2 \cdot 3$$

$$(5; 12) \text{okak} = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 = 60 \rightarrow (5; 12) \text{okak} = 60$$

44

BÖLMEDE KALANLAR

b) (6; 8; 4)okak = ?

$$6 = 2 \cdot 3$$

$$8 = 2^3$$

$$4 = 2^2$$

$$(6; 8; 4) \text{okak} = 2^3 \cdot 3 = 24 \rightarrow (6; 8; 4) \text{okak} = 24$$

c) (5; 7; 16)okak = ?

$$5 = 5$$

$$7 = 7$$

$$16 = 2^4$$

$$(5; 7; 16) \text{okak} = 5 \cdot 7 \cdot 2^4 = 35 \cdot 16 = 560 \rightarrow (5; 7; 16) \text{okak} = 560$$

d) (28; 36)okak = ?

28	2	36	2
14	2	18	2
7	2	9	2
1	2	3	2
	1		1

$$28 = 2^2 \cdot 7$$

$$36 = 2^2 \cdot 3^2$$

$$(28; 36) \text{okak} = 2^2 \cdot 7 \cdot 3^2 = 4 \cdot 7 \cdot 9 = 252 \rightarrow (28; 36) \text{okak} = 252$$

e) (30; 50)okak = ?

30	2	50	2
15	5	25	5
5	5	5	5
1	1	1	1

$$30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$$

$$50 = 2 \cdot 5^2$$

$$(30; 50) \text{okak} = 2 \cdot 3 \cdot 5^2 = 6 \cdot 25 = 150 \rightarrow (30; 50) \text{okak} = 150$$

f) (14; 21; 22)okak = ?

14	2	21	3	22	2
7	2	7	3	11	11
1	1	1	1	1	1

45

BÖLMEDE KALANLAR

$$14 = 2 \cdot 7$$

$$21 = 3 \cdot 7$$

$$22 = 2 \cdot 11$$

$$(14; 21; 22) \text{okak} = 2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 11 = 6 \cdot 7 \cdot 11 = 462$$

\* Soru 5: 18 ve 27 sayılarının

a) Ortak bölenlerinin en büyüğü bulunuz.

b) Ortak katlarının en büyüğü bulunuz.

c) 18:27 çarpanı, 18 ve 27 sayılarının ortak bölenlerinin en büyüğüne bölündüğü zaman bulunan bölün, bu sayıların ortak katlarının en büyüğü olur mu?

\* Çözüm 5: a)

18	2	27	3
9	3	9	3
3	3	3	3
1	1	1	1

$$18 = 2 \cdot 3^2$$

$$27 = 3^3$$

$$(18; 27) \text{okak} = 3^3 = 27 \rightarrow (18; 27) \text{okak} = 27 \text{ dur.}$$

b)  $18 = 2 \cdot 3^2$

$$27 = 3^3$$

$$(18; 27) \text{okak} = 3^3 \cdot 2 = 27 \cdot 2 = 54 \rightarrow (18; 27) \text{okak} = 54 \text{ dir.}$$

c)  $\frac{18}{3} = \frac{27}{3} = 2 \cdot 27 = 54$  tır.

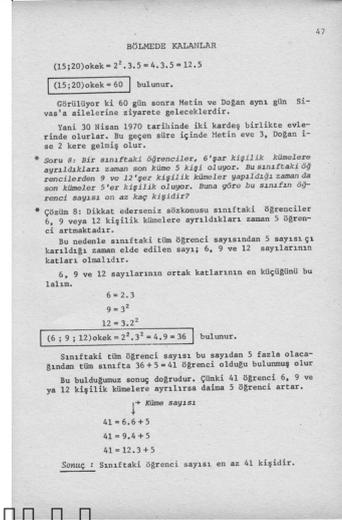
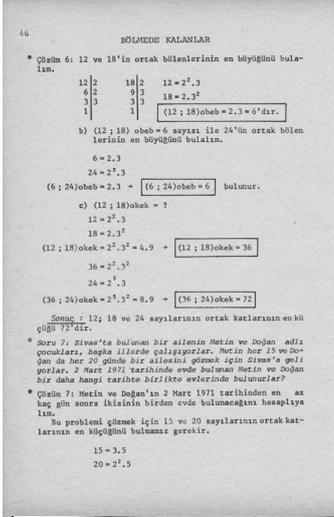
ÖSYM sorumu ki 18,27 çarpanı, 18 ve 27 sayılarının ortak bölenlerinin en büyüğüne bölündüğü zaman, bu sayıların ortak katlarının en büyüğü olan 54 bulunacaktır.

\* Soru 6: 12, 18 ve 24 sayıları verilmiş.

a) 12 ile 18'in ortak bölenlerinin en büyüğü nedir?

b) Bulduğunuz ortak bölenlerin en büyüğü ile 24'ün ortak bölenlerinin en büyüğü bulunuz.

c) 12 ve 18'in ortak katlarının en büyüğü bulunuz. Bulduğunuz sayı ile 24'ün ortak katlarının en büyüğü nedir?



**SBS Adayı İlköğretim(8,7veya 6.sınıf) öğrencilerine**

**Evinizde uygun fiyata bire-bir veya grup MATEMATİK, Geometri, AnalitikGeometri, FİZİK**

**ZİK**

**( SBS:Fen ve Teknoloji )**

**derslerinin TEST Sorularını**

**PRATİKÇözme METODUMU + öğrenemediğiniz eksik konularınızı**

**yılların tecrübesi ile temelinizi kuvvetlendirerek kolayca öğretir sınavı kazandırırım.**

**Matematik veya Fizik Testleri için Pratik Test çözüme yöntemleri geliştirme uzmanı**

