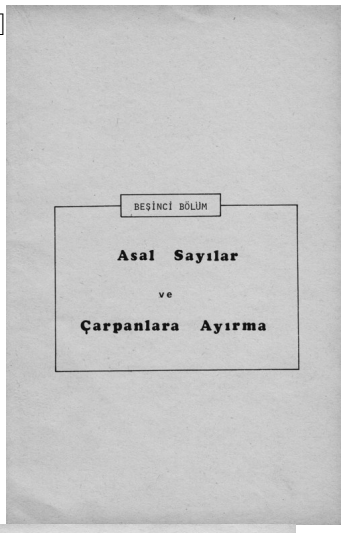
SBS 6.sınıf Adaylarına ;

Çarpanlar ve Asal Sayılar ,Ortak bölenler, Katlar,

Kalansız Bölünebilme(2,3, 9) kuralları,
EBOB, EKOK, Bölmede
kalanlar,konularını öğreten Çözümlü sorular.[tıklayınız]

Matematik Öğretmeni (İTÜ, MÜ)Kemal Türkeli

kemal_turkeli@yahoo.com, www.kemalturkeli.com Matematik Öğretmeni yazar Kemal Türkeli
özel ders vererek SBS'de puanınızı
yükseltir istediğiniz Anadolu Lisesini garantili kazandırır.

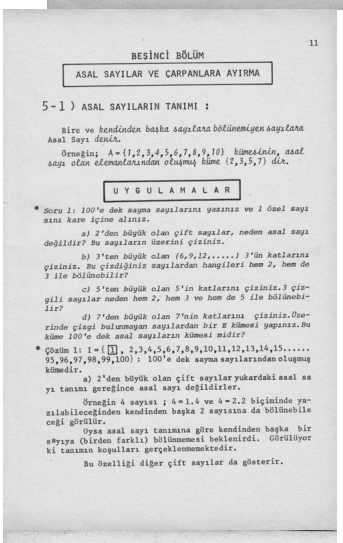


BEŞİNCİ BÖLÜM

Asal Sayılar

ve

Çarpanlara Ayırma



11

BEŞİNCİ BÖLÜM

ASAL SAYILAR VE ÇARPANLARA AYIRMA

5-1) ASAL SAYILARIN TANIMI :

Bire ve *kendinden başka sayılara bölünemiyen sayılara* Asal Sayı *denir.*

Örneğin; *A = {1,2,3,4,5,6,7,8,9,10} kümesinin, asal sayı olan elemanlarından oluşmuş küme {2,3,5,7} dir.*

U Y G U L A M A L A R

* *Soru 1: 100'e dek sayma sayılarını yazınız ve 1 özel sayısını kare içine alınız.*

a) 2'den büyük olan çift sayılar, neden asal sayı değildir? Bu sayıların üzerini çiziniz.

b) 3'ten büyük olan (6,9,12,.....) 3'ün katlarını çiziniz. Bu çizdiğiniz sayılardan hangileri hem 2, hem de 3 ile bölünebilir?

c) 5'ten büyük olan 5'in katlarını çiziniz.3 çizgili sayılar neden hem 2, hem 3 ve hem de 5 ile bölünebilir?

d) 7'den büyük olan 7'nin katlarını çiziniz.Üzerinde çizgi bulunmayan sayılardan bir E kümesi yapınız.Bu küme 100'e dek asal sayıların kümesi midir?

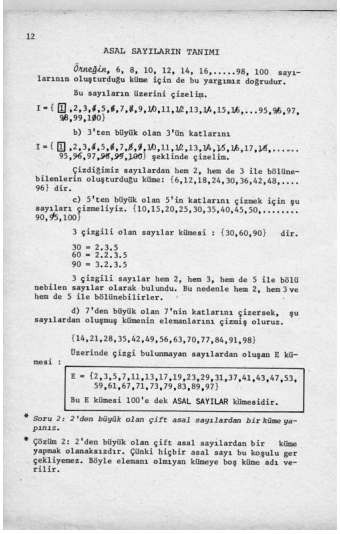
* Çözüm 1: I = { 1 , 2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15.....95,96,97,98,99,100} : 100'e dek sayma sayılarından oluşmuş kümedir.

a) 2'den büyük olan çift sayılar yukardaki asal sayı tanımı gereğince asal sayı değildirler.

Örneğin 4 sayısı ; 4 = 1.4 ve 4 = 2.2 biçiminde yazılabileceğinden kendinden başka 2 sayısına da bölünebileceği görülür.

Oysa asal sayı tanımına göre kendinden başka bir sayıya (birden farklı) bölünmemesi beklenirdi. Görülüyor ki tanımın koşulları gerçeklenmemektedir.

Bu özelliği diğer çift sayılar da gösterir.



12

ASAL SAYILARIN TANIMI

Örneğin, 6, 8, 10, 12, 14, 16,.....98, 100 sayılarının oluşturduğu kümeye için de bu yargımız doğrudur.

Bu sayıların üzerini çizelim.

I = { 1 ,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16,...95,96,97,98,99,100}

b) 3'ten büyük olan 3'ün katlarını

I = { 1 ,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16,17,18,.....95,96,97,98,99,100} şeklinde çizelim.

Çizdiğimiz sayılardan hem 2, hem de 3 ile bölünebilemlerin oluşturduğu küme: {6,12,18,24,30,36,42,48,....96} dir.

c) 5'ten büyük olan 5'in katlarını çizmek için şu sayıları çizmeliyiz. {10,15,20,25,30,35,40,45,50,.....90,95,100}

3 çizgili olan sayılar kümesi : {30,60,90} dir.

30 = 2.3.5
60 = 2.2.3.5
90 = 3.2.3.5

3 çizgili sayılar hem 2, hem 3, hem de 5 ile bölünebilen sayılar olarak bulundu. Bu nedenle hem 2, hem 3 ve hem de 5 ile bölünebilirler.

d) 7'den büyük olan 7'nin katlarını çizersek, şu sayılardan oluşmuş kümenin elemanlarını çizmiş oluruz.

{14,21,28,35,42,49,56,63,70,77,84,91,98}

Üzerinde çizgi bulunmayan sayılardan oluşan E kümesi :

E = {2,3,5,7,11,13,17,19,23,29,31,37,41,43,47,53,59,61,67,71,73,79,83,89,97}

Bu E kümesi 100'e dek ASAL SAYILAR kümesidir.

* *Soru 2: 2'den büyük olan çift asal sayılardan bir küme yapınız.*

* Çözüm 2: 2'den büyük olan çift asal sayılardan bir küme yapmak olanaksızdır. Çünki hiçbir asal sayı bu koşulu gerçekleyemez. Böyle elemanı olmayan kümeye boş küme adı verilir.

Kemal Türkeli tarafından yazıldı.

ASAL SAYILARIN TANIMI

* *Soru 3: Bütün tek sayılar, birer asal sayı mıdır?*
* Çözüm 3: Yukardaki 1 No'lu problemde bulduğumuz Asal sayılar kümesinde bütün tek sayıların yer almadığını hatırlayınız.

Örneğin ; 9 sayısı tek sayı olmasına rağmen asal sayı değildir. Çünki 9 = 3.3 şeklinde yani kendinden farklı iki sayma sayısının çarpımı olarak yazılabilmektedir.

Oysa asal sayı tanımını hatırlarsak 9 sayısının kendinden başka sayılara bölünememesi gerekirdi. Bu nedenle 9'a asal sayıdır diyemeyiz. Öyle ise bütün tek sayılar birer asal sayı değildir diyebiliriz. *Ancak bazı tek sayılar bir asal sayı olabilir, diyebiliriz.*

* *Soru 4: Her asal sayı tek sayı mıdır?*
* Çözüm 4: Yukarda bulduğumuz asal sayılar kümesini hatırlarsak 2 sayısı da bir asal sayı idi.

Oysa 2 sayısı çift sayıdır. Görüyoruz ki; *Her asal sayı tek sayı değildir.*

* *Soru 5: 50'ye dek asal sayı olmayan tek sayılardan bir küme yapınız.*
* Çözüm 5: 50'ye dek asal sayı olmayan tek sayılardan bir küme yaparsak şu kümeyi bulurus.

{1,9,15,21,25,27,33,35,39,45,49}

* *Soru 6: Aşağıdaki sayıların her birini, kendinden küçük olan iki sayma sayısının çarpımı şeklinde yazınız. Bunlardan hangileri, kendinden küçük olan iki sayının çarpımı biçiminde yazılamazlar?*

a) 12 b) 19 c) 27 d) 23 e) 36 f) 41 g) 49 h) 35

* Çözüm 6: a) 12 = 2.6 , 12 = 4.3 , 12 = 1.12

b) 19 = 1.19 : Kendinden küçük olan iki sayının çarpımı biçiminde yazılamaz. Yani tanım gereğince asal sayıdır.

c) 27 = 3.9 , 27 = 1.27 ,

d) 23 = 1.23 Görülüyor ki 23 sayısı kendinden küçük olan iki sayının çarpımı biçiminde yazılamaz.Asal sayı tanımı gereğince 23 sayısı bu nedenle asal sayıdır demir.

e) 36 = 4.9 , 36 = 2.18 , 36 = 12.3
f) 41 = 1.41

ASAL SAYILARIN TANIMI

Görülüyor ki 41 asal sayıdır.

g) 49 = 7.7
h) 35 = 5.7

* *Soru 7: 10 ile 100 arasındaki asal sayıların birler basamağında 5 rakamı var mıdır?*
* Çözüm 7: 10 ile 100 arasındaki asal sayılar kümesi: {11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67,71 73, 79, 83, 89, 97}

Görülüyor ki hiç bir sayının birler basamağında 5 rakamı yoktur.

Zaten olamaz da: Çünkü birler basamağında beş rakamı olan bir sayı olsa bu sayı 5'e bölünebilirdi. Oysa hiç bir asal sayının kendinden başka bir sayıya bölünemiyeceğini biliyoruz.

Öyle ise varacağımız sonuç böyle bir sayı asal sayı olamaz. Veya verilen asal sayılar kümesinin böyle bir elemanı olamaz diyebiliriz.

* *Soru 8: 7'den büyük olan asal sayıların birler basamağında bulunan rakamlarından bir küme oluştuursak aşağıdaki kümeyi bulurus.*

{1, 3, 7, 9}

* *Soru 9: 4'ten 24'de dek çift sayıları yazınız. Bu çift sayılardan her biri, iki asal sayının toplamına eşit midir?*
* Çözüm 9: 4'ten 24'de dek çift sayıları yazmakla oluşturacağımız kümeyi yazalım:

{4,6,8,10,12,14,16,18,20,22,24}

Bu sayılardan her birinin, iki asal sayının toplamına eşit olup olmadığına bakalım.

4 = 2 + 2
6 = 3 + 3
8 = 3 + 5
10 = 3 + 7 10 = 5 + 5
12 = 5 + 7
14 = 7 + 7 , 14 = 3 + 11
16 = 11 + 5

ASAL SAYILARIN TANIMI

18 = 13 + 5 , 18 = 7 + 11
20 = 17 + 3 , 20 = 13 + 7
22 = 19 + 3 , 22 = 17 + 5
24 = 19 + 5 , 24 = 17 + 7

Görüyoruz ki yukardaki tüm sayılar, iki asal sayının toplamına eşittir.

5-2) BİR SAYININ ÇARPANLARI

24 sayısı, 2 sayının çarpımı olarak;

24 = 1.24, 24 = 2.12, 24 = 3.8 çarpımlardan biri ile yazılabilir.

24 = 2.12 yazılma şeklinde 2, 12 sayılarına 24'ün çarpanları adı verilir.

24 sayısını asal çarpanların çarpımı biçiminde yazabiliriz.

24 | 2
12 | 2
6 | 2 *24 = 2.2.2.3 = 2^3.3*
3 | 3
1 |

S O R U L A R :

* *Soru 1: 36 sayısını asal çarpanlarına ayırınız?*
* Çözüm 1:

36 | 2
18 | 2
9 | 3 *36 = 2.2.3.3 = $2^2.3^2$*
3 | 3
1 |

* *Soru 2: 60 sayısını asal çarpanlarına ayırınız?*
* Çözüm 2:

60 | 2
30 | 2
15 | 3 *60 = 2.2.3.5 = 2^2.3.5*
5 | 5
1 |

16

BİR SAYININ ÇARPANLARI

* *Soru 3: Aşağıda verilen sayıları asal çarpanlarına ayırınız.*

a) 16 b) 21 c) 24 d) 28 e) 39 f) 42 g) 48
h) 72 i) 66 ı) 96 j) 154 k) 250

* Çözüm 3:

a) $16 = 2.2.2.2 = 2^4 \rightarrow \boxed{16 = 2^4}$

b) $\boxed{21 = 3.7}$

c) $24 = 2.2.2.3 = 2^3.3 \rightarrow \boxed{24 = 2^3.3}$

d) $28 = 2.2.7 = 2^2.7 \rightarrow \boxed{28 = 2^2.7}$

e) $\boxed{39 = 3.13}$

f) $\boxed{42 = 2.3.7}$

g) $48 = 2.2.2.2.3 = 2^4.3 \rightarrow \boxed{48 = 2^4.3}$

17

BİR SAYININ ÇARPANLARI

h) $72 = 2.2.2.3.3 = 2^3.3^2$ $\boxed{72 = 2^3.3^2}$

i) $\boxed{66 = 2.3.11}$

ı) $96 = 2.2.2.2.2.3 = 2^5.3 \rightarrow \boxed{96 = 2^5.3}$

j) $\boxed{154 = 2.7.11}$

k) $250 = 2.5.5.5 = 2.5^3 \rightarrow \boxed{250 = 2.5^3}$

5-3) BÖLÜNEBİLME

a) *Bölünebilme Nedir ?*

Bir sayı, başka bir sayı ile bölündüğü zaman kalan yoksa (yani sıfırsa) sözkonusu sayı diğer sayıya bölünebiliyor deriz.

Örneğin; 12(12 = 3.4) sayısı 3 veya 4'e bölünürse kalan sıfırdır.

Bu nedenle 12, 3 ve 4'e bölünebilir diyebiliriz.

b) *2 ve 5 ile bölünebilme*

F - 2

18

BOLÜNEBİLME

Birler basamağı sıfır ya da çift olan her sayı 2 ile bölünebilir.

Örneğin; 64 sayısının birler basamağındaki 4 sayısı çift olduğundan, 64 sayısı 2 ile bölünebilir deriz.

S O R U L A R

* *Soru 1: 1 ile 30 arasında, 2 ile bölünebilen sayıların kümesini yapınız.*
* Çözüm 1: 1 ile 30 arasında, 2 ile bölünebilen sayıların kümesini oluşturmak için birler basamağı sıfır ya da çift olan sayıları alacağız.

Aradığımız Küme : {2,4,6,8,10,12,14,16,18,20,22,24,26, 28}

* *Soru 2: 6 ve 7 rakamları ile yazılan ve 2 ile bölünebilen kaç tane sayı vardır?*
* Çözüm 2: 6 ve 7 rakamları ile yazılan sayılar 67 ve 76 dır Bu sayılardan yalnız 76, 2 ile bölünebilir. Çünki birler basamağı çift bir sayıdır.
* *Soru 3: 0, 4, 7 rakamları ile yazılan üç basamaklı sayılardan hangileri 2 ile bölünebilir?*
* Çözüm 3: 0; 4; 7 rakamları ile yazılabilen üç basamaklı sayıları:

407	704
470	740

dır. Bunlardan birler basamağı sıfır ya da çift olan 470, 704, 740 sayıları iki ile bölünebilirler.

* *Soru 4: (3H) sayısı, iki basamaklı bir sayıdır. H yerine hangi rakamlar yazılmalıdır ki, bu sayı 2 ile bölünebilsin.*
* Çözüm 4: H yerine 0, 2, 4, 6, 8 rakamları yazılmalıdır ki bu sayı 2 ile bölünebilsin.

Yani (3H) sayısı ; 30, 32, 34, 36, 38 şeklinde ise 2 ile bölünebilir.

* *Soru 5: 2 ile bölünebilen 4 basamaklı 5 tane sayı yazınız*
* Çözüm 5: 2 ile bölünebilen 4 basamaklı 5 sayı; 7190,7192, 7194,7196,7198 dir.

* *Soru 6: 8 sayısının 5 ile çarpımı 40'tır ve bu sayının birler basamağı sıfırdır. Her çift sayı 5 ile çarpıldığı zaman çarpımın birler basamağı sıfır olur mu?*
* Çözüm 6:

8.5 = 40
2.5 = 10
4.5 = 20
6.5 = 30

Örneklerinden de göreceğiniz gibi her çift sayı 5 ile çarpıldığı zaman çarpımın birler basamağı sıfır olmaktadır.

SONUÇ : Her çift sayı 5 ile çarpıldığı zaman çarpımın birler basamağı sıfırdır.

* *Soru 7: 7 sayısının 5 ile çarpımı 35'tir. Bu sayının birler basamağı 5'tir. Başka tek sayıları 5 ile çarpınız.Bulduğunuz çarpımların birler basamağı 5 midir?*
* Çözüm 7:

3.5 = 15
5.5 = 25
7.5 = 35
9.5 = 45
11.5 = 55

Yukarda yaptığımız örneklerden gördüğünüz gibi, tek sayıların 5 ile çarpılmaları sonucu bulacağımız çarpımların birler basamağı 5 olmaktadır.

5 ile bölünebilme koşulu : Birler basamağı 0 ve 5 olan her sayı 5 ile bölünebilir.

S O R U L A R :

* *Soru 1: 1 ile 50 arasında 5 ile bölünebilen sayıların kümesini yapınız.*
* Çözüm 1: 1 ile 50 arasında 5 ile bölünebilen sayılar kümesi: {5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45} dir.

Dikkat ederseniz kümenin tüm elemanları 5 ile bölünebilme koşulunu gerçeklemektedirler. Yani her sayının birler basamağı ya sıfır ya da beştir.

* *Soru 2: 0, 2 ve 5 rakamları ile yazılabilen üç basamaklı*

sayıların hangileri 5 ile bölünebilir?

* **Çözüm 2: 0; 2 ve 5 rakamları ile yazılabilen Üç basamaklı sayılar kümesi:**

{205, 250, 502, 520} dir.

Bu kümenin 5 ile bölünebilme koşulunu gerçekliyen elemanlarından oluşmuş küme parçası,

{205, 250, 520} dir.

* *Soru 3: (7A), iki basamaklı bir sayıdır. Bu sayının 5 ile bölünebilmesi için, A yerine hangi rakamlar yazılmalıdır?*
* Çözüm 3: (7A) iki basamaklı bir sayı olup, bu sayının 5 ile bölünebilmesi için A yerine 0 veya 5 rakkamı yazmak gerekir.

Aranılan sayılar 70, 75 dir.

* *Soru 4: 3; 5; 0 ve 4 rakamları ile yazılan 4 basamaklı sayılardan, 5 ile bölünebilen sayıları bulunuz.*
* Çözüm 4: Sonu 0'la biten 4 basamaklı 6 tane sayı yazılabilir.

Bunlar : 3540
5340
5430
3450
4350
4530 dır.

sonu 5 ile biten 4 basamaklı 4 sayı yazılabilir.

Bunlar : 3045
3405
4035
4305

SONUÇ : 3; 5; 0 ve 4 rakamları ile yazılan, 5 ile bölünebilen 4 basamaklı sayıların oluşturduğu küme: {3540, 5340, 5430, 3450, 4350, 4530, 3045, 3405, 4035, 4305} dir

c) 3 ve 9 *ile bölünebilme*

Bir sayının 3 ile bölünebilme koşulu : sayının rakamlarının toplamının 3'ün katı olmasıdır.

Bir sayının 9 ile bölünebilme koşulu : sayının rakamlarının toplamının 9 veya 9'un katı olmasıdır.

U Y G U L A M A L A R

* ***Soru 1: 1 ile 50 arasında 3 ile bölünebilen sayılardan A, 9 ile bölünebilen sayılardan B kümesini yapınız.***
* **Çözüm 1: 1 ile 50 arasında olan ve 3 ile bölünebilen sayıların oluşturduğu A kümesi: A = {3,6,9,12,15,18,21,24,27 30,33,36,39,42,45,48} dir.**

1 ile 50 arasında olan ve 9 ile bölünebilen sayıların oluşturduğu B kümesi: B = {9,18,27,36,45} dir.

* ***Soru 2: 5 ve 7 rakamları ile yazılan sayılar 3 ile bölünebilir mi?***
* **Çözüm 2: 5 ve 7 rakamları ile 57 ve 75 rakamları yazılabilir. İki sayının 3 ile bölünüp bölünemiyeceğini araştırdığımızdan sayıların rakamlarının toplamının 3'ün tam katı olup olmadığını araştıralım.**

5 + 7 = 7 + 5 = 12 olup 12 = 3.4 dür.

Yani 12 sayısı 3'ün katıdır. Bu nedenle 3 ile bölünebilme koşulu gereğince 5 ve 7 rakamları ile yazılan sayılar 3 ile bölünebilir.

* ***Soru 3: 9 ile bölünebilen her sayı, 3 ile bölünebilir mi?***
* **Çözüm 3: 9 ile bölünebilen her sayının rakamlarının toplamı 9 veya 9'un katı olacağına göre 3'ün tam katı da olacaktır, diyebiliriz. Bu nedenle 9 ile bölünebilen her sayı 3 ile de bölünebilir.**
* ***Soru 4: 3 ile bölünebilen her sayı 9 ile bölünebilir mi?***
* **Çözüm 4: 3 ile bölünebilen her sayının rakamlarının toplamı 3 veya 3'ün katıdır.**

Oysa aynı sayının 9 ile bölünebilmesi için rakamlarının toplamı 9 veya 9'un katı olmalıdır. 3 ile bölünebilen her sayının rakamlarının toplamı bu iki şartı birden her zaman gerçekliyemez. Bu nedenle 3 ile bölünebilen her sayı 9 ile bölünemez.

Örneğin : 12 **sayısının rakamlarının toplamı 1 + 2 = 3 olup bu sayı 3 ile bölünebilir. Fakat 3 sayısı 9 un katı olmadığından 12 sayısı 9'la bölünemez.**

Kemal Türkeli tarafından yazıldı.

* *Soru 5: (3□5) gibi üç basamaklı bir sayı veriliyor. Kare işareti yerine hangi rakamları yazmalıdır ki, elde edilen sayı 3 ile bölünebilsin?*
* Çözüm 5: (3□5) gibi 3 basamaklı bir sayı verilmiş bulunuyor. Kare işareti yerine öyle rakamlar yazmalıyız ki orta ya çıkan üç basamaklı sayılar 3'ile bölünebilme koşulunu gerçeklesin.

□ işareti yerine 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 ve 9 rakamlarından birini yazarak bulacağınız sayıları 3'le bölünebilme koşulu bakımından inceliyelim.

□ = 0 → 305 → 3 + 0 + 5 = 8 → 3 ün katı değil → 3 ile bölünemez

□ = 1 → 315 → 3 + 1 + 5 = 9 → 3 ün katı olup → 3 ile bölünebilir

□ = 2 → 325 → 3 + 2 + 5 = 10 → 3'ün katı değil

□ = 3 → 335 → 3 + 3 + 5 = 11 → 3'ün katı değil

□ = 4 → 345 → 3 + 4 + 5 = 12 → 3'ün katı olup 3 ile bölünebilir.

□ = 5 → 355 → 3 + 5 + 5 = 13 → 3'ün katı değil

□ = 6 → 365 → 3 + 6 + 5 = 14 → 3'ün katı değil

□ = 7 → 375 → 3 + 7 + 5 = 15 → 3'ün katı olup 3 ile bölünebilir.

□ = 8 → 385 → 3 + 8 + 5 = 16 → 3'ün katı değil

□ = 9 → 395 → 3 + 9 + 5 = 17 → 3'ün katı değil

□ işareti yerine gelebilecek tüm rakamları yazarak hangi rakamların 3 ile bölünebilme koşulunu gerçekledikleri ni gördük.

Sonuç : □ yerine □ = 1, □ = 4, □ = 7 rakamları yazılırsa elde edilen sayılar 3 ile bölünebilir.

3□5 → 3 1 5
3□5 → 3 4 5
3□5 → 3 7 5

sayıları aranılan sayılardır.

* *Soru 6: (37□) üç basamaklı sayının, birler basamağına hangi rakam yazılmalıdır ki, bu sayı 9 ile bölünebilsin?*
* Çözüm 6: (37□) Üç basamaklı sayıda birler basamağında □ işareti yerine öyle rakamlar yazmalıyız ki 3 + 7 + □ topla-

ma 9'un katı olabilsin.

3 ile 7'nin toplamı 3 + 7 = 10 olduğundan bu koşulu ancak □ = 8 sayısı gerçekliyebilir.

Çünki 10 + 8 = 18 olup 9'un İki katıdır. (18 = 2.9)

Sonuç : □ yerine □ = 8 rakamı yazılırsa bu sayı 9 ile bölünebilir.

* *Soru 7: 3 ile bölünebilen 5 basamaklı 5 tane sayı yazınız*
* Çözüm 7: 3 ile bölünebilen 5 basamaklı 5 tane sayı yazmak istiyoruz. Dikkat edeceğimiz nokta 5 basamaklı sayının ra kamları toplamının 3'ün katı olmasıdır.

5 1 2 3 □ 5 basamaklı sayısını gelişigüzel seçelim. Rakamların 4'ü belli biri belli değildir.

□ yerine □ = 1 yazarsak,

5 1 2 3 1 → 5 + 1 + 2 + 3 + 1 = 12 sayısı 3'ün katı olup 5 1 2 3 1 sayısı 3 ile bölünebilir.

Benzer şekilde akıl yürüterek aşağıdaki sayıları seçebiliriz.

5 1 2 3 4
5 1 2 3 7
5 1 2 4 3
5 1 2 7 3

sayıları da 3'le bölünebilir.

* *Soru 8: 9 ile bölünebilen 4 basamaklı 5 tane sayı yazınız*
* Çözüm 8: 9 ile bölünebilen 4 basamaklı bir sayının rakamları toplamı dokuzun katı olmalıdır.

7 2 1 □ → 7 + 2 + 1 + □ = 10 + □ = □ yerine 8 yazmak gerekir. 7 2 1 8 + sayısı 9'la bölünebilir. Benzer şekilde da ha 4 sayıyı rakamların yerini değiştirerek veya yukardaki gibi akıl yürütterek bulabiliriz.

Bunlar ; 2 7 1 8
2 1 7 8
2 1 8 7
2 1 2 7 dir.

* *Soru 9: 24 sayısı hem 2 ile ve hem de 3 ile bölünebilen bir sayıdır. Bu sayı, 2.3 = 6 ile bölünebilir mi?*
* Çözüm 9: 24 sayısının birler basamağı çift ve 2+4 = 6 = 2.3

rakamlamalarının toplamı üçün katı olduğundan; 24 sayısı hem 2 ile hem de 3 ile bölünebilir.

24 sayısı; 24 = (2.3).4 = 6.4 şeklinde yazılabileceğinden 6 ile bölünebilir.

* *Soru 10: Aşağıdaki sayılardan hangileri 6 ile bölünebilir*

a) 75 b) 84 c) 630 d) 238 e) 522

* Çözüm 10:

a) 75 sayısının 6 ile bölünebilmesi için iki koşulu gerçeklemesi gerekir.

I) Birler basamağı çift sayı olmalıdır.
II) Rakamlarının toplamı 3'ün katı olmalıdır

I. koşulu 75 sayısının gerçeklemediğini görüyoruz.Çünki 5 çift sayı değildir.

Bu nedenle II. koşula bakmadan 75 sayısı 6 ile bölünemez diyebiliriz.

b) 84 sayısı iki koşulu birden gerçekler. Yani hem çift sayıdır. Hem de 8 + 4 = 12 = 3.4 rakamlarının toplamı 3 ün katıdır.

Sonuç : 84 sayısı 6 ile bölünebilir.

c) 630 sayısı da hem çift sayıdır. Hem de rakamlarının toplamı 6 + 3 + 0 = 9 = 3.3 ün katıdır.

Sonuç : 630 sayısı 6 ile bölünebilir.

d) 238 sayısı çift sayıdır. Fakat rakamlarının toplama (2 + 3 + 8 = 13) 3'ün katı değildir. Yani iki koşulu birden gerçeklemiyor.

Sonuç : 238 sayısı 6 ile bölünemez.

e) 522 sayısı bir çift sayıdır. Rakamlarının toplamı da (5 + 2 + 2 = 9 = 3.3) 3'ün katıdır.

SONUÇ : 522 sayısı 6 ile bölünebilir.

5 - 4) ORTAK BÖLENLERİN EN BÜYÜĞÜ

a) Bir sayının bölenler kümesi :

U Y G U L A M A L A R

* *Soru 1: 24 ve 60 sayılarının bölenler kümesini bulunuz.*
* Çözüm 1:

$$\begin{array}{r|l} 24 & 2 \\ 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$24 = 1.24$
$24 = 2.2.2.3 = 2.(2.2.3) = 2.12$
$24 = (2.2.2).3 = 3.8$
$24 = (2.2).(2.3) = 4.6$
$24 = 1.24 = 2.12 = 3.8 = 4.6$

$24_B = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$

60 sayısının bölenler kümesi:

$$\begin{array}{r|l} 60 & 2 \\ 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$60 = 1.60$
$60 = 2.2.3.5 = 2.30$
$60 = (2.2).(3.5) = 4.15$
$60 = (2.3).(2.5) = 6.10$

$60_B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 15, 30, 60\}$

* *Soru 2: 1'den 30'a dek sayıların her birinin bölenler kümesini bulunuz.*
* 1'den 30'a dek sayıların bölenler kümesi:

$1_B = \{1\}$
$2_B = \{1, 2\}$
$3_B = \{1, 3\}$
$4_B = \{1, 2, 4\}$
$5_B = \{1, 5\}$
$6_B = \{1, 2, 3, 6\}$
$7_B = \{1, 7\}$
$8_B = \{1, 2, 4, 8\}$
$9_B = \{1, 3, 9\}$
$10_B = \{1, 2, 3, 10\}$

$11_B = \{1, 11\}$
$12_B = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$
$13_B = \{1, 13\}$
$14_B = \{1, 2, 7, 14\}$
$15_B = \{1, 3, 5, 15\}$
$16_B = \{1, 2, 4, 8, 16\}$
$17_B = \{1, 17\}$
$18_B = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$
$19_B = \{1, 19\}$
$20_B = \{1, 2, 4, 5, 10, 20\}$
$21_B = \{1, 3, 7, 21\}$
$22_B = \{1, 2, 11, 22\}$
$23_B = \{1, 23\}$
$24_B = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$
$25_B = \{1, 5, 25\}$
$26_B = \{1, 2, 13, 26\}$
$27_B = \{1, 3, 9, 27\}$
$28_B = \{1, 2, 4, 7, 14, 28\}$
$29_B = \{1, 29\}$
$30_B = \{1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30\}$

* *Soru 3: Bir sayının en büyük ve en küçük böleni hangi sayıdır.*
* Çözüm 3: Bir sayının en büyük böleni kendisidir.Diğer yandan bir sayının en küçük böleni 1 rakamıdır.

b) *İki sayının ortak bölenleri :*

U Y G U L A M A L A R

* *Soru 1: Aşağıda verilen sayıların bölenler kümesini bulunuz.*

a) 16 b) 11 c) 20 d) 45 e) 72 f) 43

* Çözüm 1: a) $16 = 2.2.2.2 = 2.8 = 4.4$

$$\begin{array}{r|l} 16 & 2 \\ 8 & 2 \\ 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array}$$

$16_B = \{1, 2, 4, 8, 16\}$

b) $11_B = \{1, 11\}$
c) $20_B = \{1, 2, 4, 5, 10, 20\}$
d) $45_B = \{1, 3, 5, 9, 15, 45\}$
e) $72_B = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 24, 36, 72\}$
f) $43_B = \{1, 43\}$

* *Soru:Aşağıda verilen sayı çiftlerinin ortak bölenlerinin en büyüğünü bulunuz.*

a) 6 ; 12 b) 28 ; 42 c) 15 ; 30
d) 36 ; 54 e) 9 ; 12 f) 11 ; 18

* Çözüm 2: a) (6 ; 12)obeb = ?

$$\begin{array}{r|l} 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \quad 6 = 2.3 \qquad \begin{array}{r|l} 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \quad 12 = 2.2.3$$

6 ve 12 sayılarından her birinin bölenler kümesi

$6_B = \{1, 2, 3, 6\}$
$12_B = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ dir.

Bu iki kümenin kesişim kümesi:

$\boxed{6_B \cap 12_B = \{1, 2, 3, 6\}}$ olur.

Elde ettiğimiz arakesit kümesine *Ortak Bölenler Kümesi* adı verilir.6 bu kümenin en büyük sayısıdır. Yani 6 sayısının 6 ve 12 sayılarını ortak olarak bölen sayıların en büyüğü olduğu görülüyor.

Bu nedenle bu sayıya 6 ve 12 sayılarının ortak bölenlerinin en büyüğü adı verilir.

SBS 6 Adaylarına Çarpanlar, Asal sayılar EBOB,EKOK çözümlü Matematik soruları

Kemal Türkeli tarafından yazıldı.

ORTAK BÖLENLERİN EN BÜYÜĞÜ

$\boxed{(6\,;12)\text{obeb} = 6}$

Bu sayıların ortak bölenlerinin en büyüğünü, bir de asal çarpanlar yolu ile bulalım.

$6 = 2.3$

$12 = 2^2.3$

$\boxed{(6\,;12)\text{obeb} = 2.3 = 6}$ bulunur.

b) $(28\,;42)\text{obeb} = ?$

$$\begin{array}{r|l} 28 & 2 \\ 14 & 2 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array} \quad 28 = 2.2.7 \qquad \begin{array}{r|l} 42 & 2 \\ 21 & 3 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array} \quad 42 = 2.3.7$$

Verilen sayıların ortak bölenlerinin en büyüğünü önce *asal çarpanlar* yolu ile bulalım.

$28 = 2^2.7$

$42 = 2.3.7$

$\boxed{(28\,;42)\text{obeb} = 2.7 = 14}$ bulunur.

28 ve 42 sayılarının her birinin bölenler kümesini bulalım.

$28_B = \{1, 2, 4, 7, 14, 28\}$

$42_B = \{1, 2, 3, 6, 14, 21, 42\}$

$28_B \cap 42_B = \{1,2,4,7,14,28\} \cap \{1,2,3,6,14,21,42\} = \{1,2,14\}$

Bulunan ortak bölenler kümesinin en büyük sayısı aradığımız sayıdır. Yani 28 ve 42 sayılarını ortak olarak bölen sayıların en büyüğü 14'tür.

c) $(15\,;30)\text{obeb} = ?$

I. Yol : Asal çarpanlara ayırarak,

$$\begin{array}{r|l} 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \quad 15 = 3.5 \qquad \begin{array}{r|l} 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \quad 30 = 2.3.5$$

ORTAK BÖLENLERİN EN BÜYÜĞÜ

$15 = 3.5$

$30 = 2.3.5$

$(15\,;30)\text{obeb} = 3.5 = 15$'tir.

II. Yol : İki sayının bölenler kümelerinin arakesit kümesinin en büyük sayısını bularak çözümü;

$15_B = \{1, 3, 5, 15\}$

$30_B = \{1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30\}$

$15_B \cap 30_B = \{1, 3, 5, 15\}$ dir.

Ortak bölenlerin en büyüğünün 15 sayısı olduğu görülüyor.

$\boxed{(15\,;30)\text{obeb} = 15}$

d) $(36\,;54)$ obeb = ?

I. Yol ;

$$\begin{array}{r|l} 36 & 2 \\ 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \quad 36 = 2.2.3.3 \qquad \begin{array}{r|l} 54 & 2 \\ 27 & 3 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \quad 54 = 2.3.3.3$$

$36 = 2^2.3^2$

$54 = 2.3^3$

$(36\,;54)\text{obeb} = 2.3^2 = 2.9 \rightarrow \boxed{(36\,;54)\text{obeb} = 18}$

Dikkat etmişseniz daha önce yaptığımız gibi 36 ve 54 sayılarının ortak bölenlerinin en büyüğünü, ortak bölen asal çarpanlarının en küçük üslülerinin çarpımı olarak bulduk.

II. Yol :

$36_B = \{1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36\}$

$54_B = \{1, 2, 3, 6, 9, 18, 27, 54\}$

$36_B \cap 54_B = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$

ORTAK BÖLENLERİN EN BÜYÜĞÜ

İki sayının ortak bölenler kümesinin en büyük elemanının 18 sayısı olduğu görülüyor.

e) $(19\,;12)\text{obeb} = ?$

I. Yol ;

$$\begin{array}{r|l} 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \quad 9 = 3.3 \qquad \begin{array}{r|l} 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \quad 12 = 2.2.3$$

$9 = 3^2$

$12 = 2^2.3$

$\boxed{(9\,;12)\text{obeb} = 3}$ bulunur.

II. Yol ;

$9_B = \{1, 3, 9\}$

$12_B = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$

$\boxed{9_B \cap 12_B = \{1, 3, 9\} \cap \{1, 2, 3, 4, 6, 12\} = \{1, 3\}}$

kümesinden görülüyor ki ortak bölenlerin en büyüğü 3 sayısıdır.

f) $(11\,;18)\text{obeb} = ?$

$$\begin{array}{r|l} 11 & 11 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$11_B = \{1, 11\}$

$18_B = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$

$11_B \cap 18_B = \{1, 11\} \cap \{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$

$\boxed{11_B \cap 18_B = \{1\}}$

Görüyoruz ki 11 ve 18 sayılarının ortak bölenleri yalnız 1'dir. Bu nedenle ortak bölenlerin en büyüğü de birdir.

Kemal Türkeli tarafından yazıldı.

ORTAK BÖLENLERİN EN BÜYÜĞÜ

Sonuç : 11 ve 18 sayı çiftinin ortak bölenlerinin en büyüğü birdir.

* *Soru 3: İki sayı verildiği zaman bunlardan biri öbürünü tam olarak bölerse, bu iki sayının ortak bölenlerinin en büyüğü hangisidir?*

* Çözüm 3: İki sayı verildiği zaman bunlardan biri öbürünü tam olarak bölerse, bu iki sayının ortak bölenlerinin en büyüğü küçük olan sayıdır.

Örneğin : 6 ve 12 sayılarından 6, 12'yi tam olarak böler, 12 = 6.2

Bu nedenle 6 ve 12 sayılarının ortak bölenlerinin en büyüğü küçük olan 6 sayısıdır.

* *Soru 4: Aşağıda verilen sayıların, ortak bölenlerinin en büyüğünü bulunuz.*
a) 7 ; 21 ; 14 b) 18 ; 27 ; 45 c) 21 ; 24 ; 23

* Çözüm 4:

a) (7 ; 21 ; 14)obeb = ?

I. Yol :

$$\begin{array}{r|l} 7 & 7 \\ 1 & \end{array} \quad 7 = 1.7 \qquad \begin{array}{r|l} 21 & 3 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array} \quad 21 = 3.7 \qquad \begin{array}{r|l} 14 & 2 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array} \quad 14 = 2.7$$

$7 = 1.7$
$21 = 3.7$
$14 = 2.7$

$\boxed{(7, 21, 14)\text{obeb} = 7}$ bulunur.

II. Yol :

$7_B = \{1, 7\}$
$21_B = \{1, 3, 7, 21\}$
$14_B = \{1, 2, 7, 14\}$

$(7_B \cap 21_B) \cap 14_B = \{1, 7\} \cap \{1, 2, 7, 14\} = \{1, 7\}$

$\boxed{(7, 21, 14)\text{obeb} = 7}$ dir.

ORTAK BÖLENLERİN EN BÜYÜĞÜ

b) (18 , 27 , 45)obeb = ?

I. Yol :

$$\begin{array}{r|l} 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \quad 18 = 2.3.3 \qquad \begin{array}{r|l} 27 & 3 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \quad 27 = 3.3.3$$

$$\begin{array}{r|l} 45 & 3 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \quad 45 = 3.3.5$$

$18 = 2.3^2$
$27 = 1.3^3$
$45 = 5.3^2$

$\boxed{(18, 27, 45)\text{obeb} = 3^2 = 9 \text{ dur.}}$

II. Yol :

$18_B = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$
$27_B = \{1, 3, 9, 27\}$
$45_B = \{1, 3, 5, 9, 15, 45\}$

$(18_B \cap 27_B) \cap 45_B = \{1,3,9\} \cap \{1,3,5,9,15,45\} = \{1,3,9\}$

$\boxed{\text{Üç sayının ortak bölenlerinin en büyüğü 9'dur.}}$

c) (21 ; 24 ; 23)obeb = ?

$$\begin{array}{r|l} 21 & 3 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array} \quad 21 = 3.7 \qquad \begin{array}{r|l} 24 & 2 \\ 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \quad 24 = 2.2.2.3 \qquad \begin{array}{r|l} 23 & 23 \\ 1 & \end{array} \quad 23 = 1.23$$

$21_B = \{1, 3, 7, 21\}$
$24_B = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$
$23_B = \{1, 23\}$

ORTAK BÖLENLERİN EN BÜYÜĞÜ

$\boxed{(21_B \cap 24_B) \cap 23_B = \{1,3\} \cap \{1,23\} = \{1\}}$

Görülüyor ki 3 sayının ortak bölenlerinin en büyüğü 1' dir.

* *Soru 5: 48 ve 72 sayıları veriliyor.*
a) Bu sayıların ortak bölenlerinin en küçüğü olan sayı nedir?
b) Bu sayıların ortak bölenlerinin en büyüğü ne dir?

* Çözüm 5:

$$\begin{array}{r|l} 48 & 2 \\ 24 & 2 \\ 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \quad 48 = 2.2.2.2.3 \quad 48 = 2^4.3 \qquad \begin{array}{r|l} 72 & 2 \\ 36 & 2 \\ 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \quad 72 = 2.2.2.3.3 \quad 72 = 2^3.3^2$$

$48_B = \{1,2,3,4,6,8,12,16,24,48\}$
$72_B = \{1,2,3,4,6,8,9,12,18,24,36,72\}$
$48_B \cap 72_B = \{1,2,3,4,6,8,12,16,24,48\} \cap \{1,2,3,4,6,8,9,12,18,24,36,72\}$

$\boxed{48_B \cap 72_B = \{1,2,3,4,6,8,12,24\}}$

Ortak bölenler kümesi incelenirse 48 ve 72 sayılarının en küçük ortak bölenin 2 sayısı olduğu görülür.

48 ve 72 sayılarının ortak bölenlerinin en büyüğünün 24 sayısı olduğu ortak bölenler kümesinden görülmektedir.

* *Soru 6: a) Sayma sayıları kümesinde alınan iki sayının ortak bölenlerinin en büyüğü, bu kümenin bir elemanıolur mu?*
b) Sayma sayıları kümesi, sayıların ortak bölenlerinin en büyüğünü bulma işlemine göre, kapalılık özelliği gösterir mi?

* Çözüm 6:

a) Sayma sayıları kümesinde alınan iki sayının ortak bölenlerinin en büyüğü, gene bu kümenin bir elemanı olur.

b) Yukarda belirttiğimiz cevabın ışığında diyebiliriz ki; sayma sayıları kümesi, sayıların ortak bölenle-

F-3

rinin en büyüğünü bulma işlemine göre kapalıdır.

* *Soru 7: 48 m ve 72 m uzunluğunda iki ip var. Bu iki ip eşit parçalara bölünecektir. Parçalardan her birinin en büyük olması istemiyor.*
  a) Parçaların her birinin uzunluğu ne kadardır?
  b) Her ip kaç eşit parçaya ayrılmıştır?

* Çözüm 7:

a) İki ip eşit parçalara bölünmek istendiğine göre bu uzunluk 48 ve 72 sayılarının ortak bölenler kümesinin bir elemanı olmalıdır.

Birde iki ipin kesilmesi ile elde edilecek eşit parçaların en uzun parçalar olması isteniyor.

Bu koşulu gerçeklemek için 48 ve 72 sayılarının ortak bölenler kümesinin en büyüğü olan sayıyı seçmeliyiz.

$$\begin{array}{r|l} 48 & 2 \\ 24 & 2 \\ 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \quad \boxed{48 = 2^4.3} \qquad \begin{array}{r|l} 72 & 2 \\ 36 & 2 \\ 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \quad \boxed{72 = 2^3.3^2}$$

$48_B = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48\}$

$72_B = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 24, 36, 72\}$

$\boxed{48_B \cap 72_B = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}}$

Ortak bölenler kümesinin en büyüğü olan sayının 24 olduğu görülüyor. Yani parça ipilerden her birinin uzunluğu 24 metredir. ve bunlar birbirine eşittir.

b) 48 : 24 = 2 olduğundan 48 metrelik ip 2 parçaya bölünmüş demektir. 72 : 24 = 3 olduğundan, 72 metrelik ip 3 eşit parçaya bölünmüş demektir.

* *Soru 8: 28 ve 42 litrelik iki fıçı zeytinyağı ile doludur. Bu iki fıçıda bulunan zeytinyağını eşit hacimli en büyük kaplara boşaltmak istiyoruz. Boşaltılacak kapların hacmi ne kadar olmalıdır?*

* Çözüm 8: 28 ve 42 litrelik iki fıçı zeytinyağını eşit hacimli kaplara boşaltmak istiyoruz. Kapların hangi hacimlerde olabileceklerini 28 ve 42 sayılarının ortak bölenler kümesinin elemanlarını inceliyerek anlıyabiliriz. biz

en büyük kaplara boşaltmak istediğimizden ortak bölenlerin en büyüğünü alacağız demektir.

$$\begin{array}{r|l} 28 & 2 \\ 14 & 2 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array} \quad 28 = 2.2.7 \qquad \begin{array}{r|l} 42 & 2 \\ 21 & 3 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array} \quad 42 = 2.3.7$$

$28_B = \{1, 2, 4, 7, 14, 28\}$

$42_B = \{1, 2, 3, 6, 7, 14, 21, 42\}$

$28_B \cap 42_B = \{1, 2, 7, 14\}$

Ortak bölenler kümesinden 28 ve 42 sayılarının ortak bölenlerin en büyüğünün 14 sayısı olduğu görülüyor.

Sonuç : Boşaltılacak kapların hacmı 14 litre olmalıdır.

5-5) BÖLMEDE KALANLAR :

Kalansız Bölme : Kalanı sıfır olan bölmeye denir.

U Y G U L A M A L A R

* *Soru 1: Aşağıda verilen bölme işlemlerini ve sağlamalarını yapınız.*

a) 311 : 17 = ? *b) 4 501 : 36 = ?*
c) 8 819 : 29 = ? *d) 9 027 :125 = ?*

* Çözüm 1:

a) 311 : 17 = ?

$$\begin{array}{r|l} 311 & 17 \\ -17 & 18 \\ \hline 141 & \\ -138 & \\ \hline 5 & \end{array}$$

Sağlama :
Bölünen = Bölüm.Bölen + Kalan
311 = 18 . 17 + 5
311 = 305 + 5 = 311 olduğundan bölme işlemi doğrudur.

b) 4 501 : 36 = ?

$$\begin{array}{r|l} 4501 & 36 \\ -36 & 125 \rightarrow \text{Bölüm} \\ \hline 090 & \\ -72 & \\ \hline 181 & \\ -180 & \\ \hline 1 \rightarrow \text{Kalan} & \end{array}$$

Sağlama :
4501 = 125.36 + 1
= 4500 + 1 = 4501 olduğundan bölme işlemi doğrudur.

c) 8 819 : 29 = ?

$$\begin{array}{r|l} 8819 & 29 \\ -87 & 304 \rightarrow \text{Bölüm} \\ \hline 119 & \\ -116 & \\ \hline 3 \rightarrow \text{Kalan} & \end{array}$$

Sağlama :
8819 = 304.29 + 3
= 8816 + 3 = 8819 olduğundan bölme işlemi doğrudur.

d) 9 027 : 125 = ?

$$\begin{array}{r|l} 9027 & 125 \\ -875 & 72 \rightarrow \text{Bölüm} \\ \hline 277 & \\ -250 & \\ \hline 27 \rightarrow \text{Kalan} & \end{array}$$

Sağlama :
9027 = 72.125 + 27
= 9000 + 27 = 9027 olduğundan bölme işlemi doğrudur.

* *Soru 2: Bir bölme işleminde bölüm 7, bölen 16 ve kalan 4 olduğuna göre, bölünen sayıyı bulunuz.*

* Çözüm 2:

Bölünen = Bölüm.Bölen + Kalan
Bölünen = 7 . 16 + 4
Bölünen = 112 + 4
Bölünen = 116 olarak bulunur.

Sağlama :

$$\begin{array}{r|l} 116 & 16 \rightarrow \text{Bölen} \\ -112 & 7 \rightarrow \text{Bölüm} \\ \hline 4 \rightarrow \text{Kalan} & \end{array}$$

* *Soru 3: Bir bölme işleminde bölünen 128, bölen 9 ve kalan da 2 olduğuna göre, bölümü bulunuz.*

BÖLMEDE KALANLAR

* Çözüm 3:

Bölünen	=	Bölüm.	Bölen	+	Kalan
↓		↓	↓		↓
128	=	? .	9	+	2

Toplamanın ters işlemine göre:

128 - 2 = ?.9 → ?.9 = 126 bulunur. Çarpmanın ters işlemine göre:

$? = \frac{126}{9} = 14$ olarak bölüm hesaplanır.

* *Soru 4:* $323 \,|\, \text{¤}$; -12 ; 11

Bölme işleminde, böleni bulunuz.

* Çözüm 4:

Bölünen	=	Bölüm.	Bölen	+	Kalan
↓		↓	↓		↓
323	=	12 .	¤	+	11

Toplamanın ters işlemine göre:

12.¤ = 323 - 11 → 12.¤ = 312 yazılabilir. Sonra da çarpmanın ters işlemine göre bölen,

$\boxed{¤ = \frac{312}{12} \rightarrow ¤ = 26 \text{ bulunur.}}$

* *Soru 5: Bir bölme işleminde bölünen 670, bölen 35 ve bölüm 19 olduğuna göre, kalanı bulunuz.*

* Çözüm 5:

Bölünen	=	Bölüm.	Bölen	+	Kalan
↓		↓	↓		↓
670	=	19 .	35	+	Kalan

670 = 665 + Kalan , Toplamanın ters işlemine göre kalanı bulabiliriz.

$\boxed{\text{Kalan} = 670 - 665 \rightarrow \text{Kalan} = 5 \text{ bulunur.}}$

* *Soru 6: Aşağıdaki tabloda soru işaretli yerlere yazılması gereken sayıları bulunuz. Bu tabloyu defterinizde tamamlayınız.*

BÖLMEDE KALANLAR

Bölünen = Bölüm X Bölen + Kalan

a→	?	7	9	2
b→	104	4	?	0
c→	129	?	16	1
d→	98	15	6	?
e→	?	24	36	0
f→	1 165	23	?	15

* Çözüm 6:

a) Bölünen = Bölüm.Bölen + Kalan
= 7 . 9 + 2
= 63 + 2
Bölünen = 65 bulunur.

b) $104 = 4.? + 0 \rightarrow ? = \frac{104}{4} \rightarrow \boxed{? = 26}$ dır.

c) 129 = ?.16 + 1
?.16 = 129 - 1 → ?.16 = 128 → $? = \frac{128}{16} \rightarrow \boxed{? = 8}$ dir.

d) 98 = 15.6 + ? → ? = 98 - 90 → $\boxed{? = 8}$ dir.

e) $? = 24.36 + 0 \rightarrow \boxed{? = 864}$ dir.

f) 1 165 = 23.? + 15 → 23.? = 1165 - 15 →
23.? = 1150 → $? = \frac{1150}{23} \rightarrow \boxed{? = 50}$

Böylece verilen tablodaki soru işaretli yerlere yazılması gereken sayıları hesaplamış olduk. Yerlerine yazarsak;

	Bölünen	Bölüm	Bölen	Kalan
a →	65	7	9	2
b →	104	4	26	0
c →	129	8	16	1

BÖLMEDE KALANLAR

d →	98	15	6	8
e →	864	24	36	0
f →	1165	23	50	15

* *Soru 7: 185 : 16 bölme işlemini yapınız.*
a) Bu işlemi, bölmenin sağlama özelliğine göre, eşitlikle gösteriniz.
b) Bulduğunuz eşitliğe göre, kalanın bölenden daha büyük olamayacağını açıklayınız.

* Çözüm 7:

185 | 16 → Bölen
-16 11 → Bölüm
25
-16
9 → Kalan

a) $\boxed{\text{Bölünen} = \text{Bölüm.Bölen} + \text{Kalan} \quad 185 = 11 \,.\, 16 + 9}$

b) Bölme işleminde kalan bölenden küçük oluncaya kadar devam edildiğini hatırlayınız. Bu nedenle kalan bölenden büyük olamaz.

Örneğin ; kalan bölenden daha büyük olsa

185 = 10.16 + 25 ifadesi şöyle yazılabilir:

185 = 10.16 + (16 + 9)

Çarpma işleminin bölünme işlemi üzerinde dağılması özelliğinden,

185 = 16(10 + 1) + 9
= 16.11 + 9 bulunur. Yani kalan bölenden daha büyük olamaz.

* *Soru 8: (1 : 5) bölme işleminde bölüm ve kalanı bulunuz.*

* Çözüm 8: 1 : 5 = ?

1 | 5
-0 0 → Bölüm
1 → Kalan

$\boxed{\text{Bölünen} = \text{Bölüm.Bölen} + \text{Kalan} \quad 1 = 0 \,.\, 5 + 1}$

Sonuç : (1 : 5) işleminde bölüm 0, ve kalan 1' dır.

* *Soru 9: (0 : 7) bölme işleminde bölüm ve kalan nedir?*
* Çözüm 9: Sıfır sayısının 7 sayısına bölümü sıfır ve kalan da sıfırdır.

$$\boxed{0 = 0.7 + 0}$$

* *Soru 10: a) 72 : 60 bölme işlemini yapınız ve bölmenin sağlama özelliğine göre, bu bölmeyi eşitlikle gösteriniz.*

b) 72 ve 60 sayılarının bölenler kümesini yapınız.

c) Yukarıdaki bölmede elde edilen kalanın bölenler kümesini yapınız.

d) $72_B \cap 60_B$ kesişim kümesinin elemanları, kalan sayının bölenleri olur mu?

* Çözüm 10: a)

$$\begin{array}{r|l} 72 & 60 \\ -60 & 1 \rightarrow \text{Bölüm} \\ \hline 12 \rightarrow \text{Kalan} & \end{array} \qquad \boxed{72 = 1.60 + 12}$$

b)

$$\begin{array}{r|l} 72 & 2 \\ 36 & 2 \\ 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \quad 72 = 2.2.2.3.3 \qquad \begin{array}{r|l} 60 & 2 \\ 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \quad 60 = 2.2.3.5$$

72 ve 60 sayılarının bölenler kümesi:

$72_B = \{1,2,3,4,6,8,9,12,18,24,36,72\}$

$60_B = \{1,2,3,4,5,6,10,12,15,20,30,60\}$

c)

$$\begin{array}{r|l} 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \qquad \boxed{12 = 2.2.3}$$

12'nin bölenler kümesi:

$12_B = \{1,2,3,4,6,12\}$

d) $72_B \cap 60_B = \{1,2,3,4,6,12\} \rightarrow 12_B = \{1,2,3,4,6,12\}$

$$\boxed{72_B \cap 60_B = 12_B}$$

Görüyoruz ki kesişim kümesinin elemanları kalan sayının bölenleri olmaktadır.

5 - 6) ORTAK KATLARIN EN KÜÇÜĞÜ

a) Bir sayının katları :

* *Soru 1: 4; 7; 8 sayılarının 0 ve 50 arasında bulunan katlarından oluşan kümeleri yazınız.*
* Çözüm 1:

$4_k = \{4,8,12,16,20,24,28,32,36,40,44,48\}$

$7_k = \{7,14,21,28,35,42,49\}$

$8_k = \{8,16,24,32,40,48\}$

Yukarda 4; 7; 8 sayılarının 0 ve 50 arasında bulunan katlarından oluşan kümeleri yazdık.

b) İki sayının ortak katları :

Kural 1 *Verilen iki veya daha fazla sayının ortak katlarının en küçüğünü bulmak için ;* verilen sayıların ortak çarpanlarının en büyük üslü olanları ile ortak olmayan asal çarpanlarını çarpmak gerekir.

* *Soru 2: 12 ve 36 sayılarının ortak katlarının en küçüğü nedir?*
* Çözüm 2: 12 ve 36 sayılarının ortak katlarının en küçüğünü arıyoruz.

Aranan ortak katların en küçüğü hem 12 ve hem de 36 nın çarpanlarını kapsar.

$$\begin{array}{r|l} 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 36 & 2 \\ 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$12 = 2^2.3$

$36 = 2^2.3^2$ olup ortak katların en küçüğünü bulma kurallını uygularsak,

$(12 , 36)$ okek $= 2^2 . 3^2 = 4.9 = 36$ bulunur.

Sonuç : *12 ve 36 sayılarının ortak katlarının en küçüğü 36'dır.*

U Y G U L A M A L A R

* *Soru 1: 15 ve 4'ün ortak katlarının en küçüğünü bulunuz.*
* Çözüm 1: Ortak katların en küçüğü hem 15 ve hem de 4'ün çarpanlarını kapsar.

$$\begin{array}{r|l} 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \quad 15 = 3.5 \qquad \begin{array}{r|l} 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array} \quad 4 = 2^2$$

$(4 , 15)$okek $= 3.5.2^2 = 60$ olarak bulunur. Aynı sonucu şöyle de bulabiliriz. 15 ve 4 sayılarının katlarının kümesini bulalım.

$15_k = \{0,15,30,45,60,75,90,\ldots\ldots \rightarrow\}$

$4_k = \{0,4,8,12,16,20,24,28,32,36,40,44,48,52,56,60,64,\ldots\ldots \rightarrow\}$

$\boxed{15_k \cap 4_k = \{0,60,\ldots \rightarrow\}}$ 15 ve 4'ün ortak katlarının kümesine ilişkin elemanları incelersek 60 sayısının ortak katların en küçüğü olduğunu görürüz.

* *Soru 2: a) 5 ve 12 sayılarının ortak bölenlerinin en küçüğü nedir?*

b) Bu sayıların ortak katlar kümesini bulunuz.

c) Bu sayıların ortak katlarının en küçüğü nedir?

* Çözüm 2:

a) $5_B = \{1,5\}$

$12_B = \{1,2,3,4,6,12\}$

$\boxed{5_B \cap 12_B = \{1\}}$

Görüyoruz ki 5 ve 12 sayılarının 1 sayısı dışında ortak

böleni yoktur. Ortak bölenlerin en küçüğü de 1'dir.

b) Bu sayıların ortak katlar kümesi:

$5_k = \{0,5,10,15,20,25,30,35,40,45,50,55,60,65,70,75,80,85,90,\ldots\rightarrow\}$

$12_k = \{0,12,24,36,48,60,72,84,96,108,\ldots\rightarrow\}$

$\boxed{5_k \cap 12_k = \{0,60,\ldots\rightarrow\}}$ 5 ve 12 sayılarının ortak katlar kümesidir.

c) Bu sayıların ortak katlarının en küçüğü 60 dır

* *Soru 3: 2 ; 3 ve 5 asal sayılarının ortak katlarının en küçüğü nedir?*

* Çözüm 3: 2; 3 ve 5'in katlarının kümesini yapalım.

$2_k = \{0,2,4,6,8,10,12,14,16,18,20,22,24,26,28,30,32,\ldots\rightarrow\}$

$3_k = \{0,3,6,9,12,15,18,21,24,27,30,33,36,\ldots\rightarrow\}$

$5_k = \{0,5,10,15,20,25,30,35,\ldots\rightarrow\}$

$(2_k \cap 3_k) \cap 5_k = \{0,6,12,18,24,30..\rightarrow\} \cap \{0,5,10,15,20,\ldots\rightarrow\}$

$\boxed{(2_k \cap 3_k) \cap 5_k = \{0,30,60,\ldots\rightarrow\}}$

Görülüyor ki 2; 3 ve 5 sayılarının ortak katlarının en küçüğü 60'dır.

$\boxed{(2\,;3\,;5)okek = 60}$

* *Soru 4: Aşağıda verilen sayıların ortak katlarının en küçüğünü bulunuz.*

a) 5; 12 b) 6; 8; 4 c) 5; 7; 16
d) 20; 36 e) 30; 50 f) 14; 21;22

* Çözüm 4:

a) $(5\,;12)okek = ?$

$5 = 1.5$

$12 = 2^2.3$

$(5\,;12)okek = 2^2.3.5 = 60 \rightarrow \boxed{(5\,;12)okek = 60}$

b) $(6\,;8\,;4)okek = ?$

$6 = 2.3$

$8 = 2^3$

$4 = 2^2$

$(6\,;8\,;4)okek = 2^3.3 \rightarrow \boxed{(6\,;8\,;4)okek = 24}$

c) $(5\,;7\,;16)okek = ?$

$5 = 5$

$7 = 7$

$16 = 2^4$

$(5\,;7\,;16)okek = 5.7.2^4 = 35.16 \rightarrow \boxed{(5\,;7\,;16)okek = 560}$

d) $(28\,;36)okek = ?$

28	2	36	2
14	2	18	2
7	7	9	3
1		3	3
		1	

$28 = 2^2.7$

$36 = 2^2.3^2$

$(28;36)okek = 2^2.7.3^2 = 4.7.9 = 28.9 \rightarrow \boxed{(28\,;36)okek = 252}$

e) $(30\,;50)okek = ?$

30	2	50	2
15	3	25	5
5	5	5	5
1		1	

$30 = 2.3.5$

$50 = 2.5^2$

$(30\,;50)okek = 2.3.5^2 = 6.25 \rightarrow \boxed{(30\,;50)okek = 150}$

f) $(14\,;21\,;22)okek = ?$

14	2	21	3	22	2
7	7	7	7	11	11
1		1		1	

$14 = 2.7$

$21 = 3.7$

$22 = 2.11$

$(14\,;21\,;22)okek = 2.3.7.11 = 6.7.11 = 42.11$

$\boxed{(14\,;21\,;22)okek = 462}$ bulunur.

* *Soru 5: 18 ve 27 sayılarının;*
a) Ortak bölenlerinin en büyüğünü bulunuz.
b) Ortak katlarının en küçüğünü bulunuz.
c) 18.27 çarpımı, 18 ve 27 sayılarının ortak bölenlerinin en büyüğüne bölündüğü zaman bulunan bölüm, bu sayıların ortak katlarının en küçüğü olur mu?

* Çözüm 5: a)

18	2	27	3
9	3	9	3
3	3	3	3
1		1	

$18 = 2.3^2$

$27 = 3^3$

$(18\,;27)obeb = 3^2 \rightarrow \boxed{(18\,;27)obeb = 9}$ dur.

b) $18 = 2.3^2$

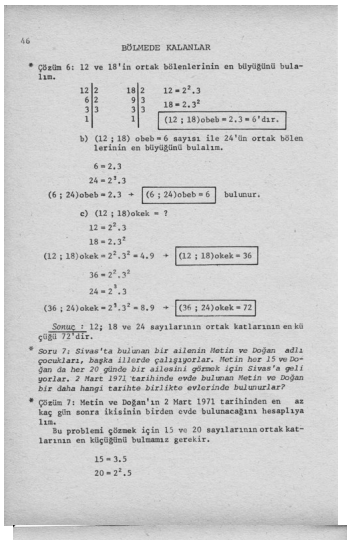
$27 = 3^3$

$(18\,;27)okek = 3^3.2 = 27.2 \rightarrow \boxed{(18\,;27)okek = 54}$ dür.

c) $\frac{18.27}{9} = \frac{18}{9}.27 = 2.27 = 54$ tür.

Görüyorsunuz ki 18.27 çarpımı, 18 ve 27 sayılarının ortak bölenlerinin en büyüğüne bölündüğü zaman, bu sayıların ortak katlarının en küçüğü olan 54 bulunmaktadır.

* *Soru 6: 12 ; 18 ve 24 sayıları veriliyor.*
a) 12 ile 18'in ortak bölenlerinin en büyüğünü bulunuz.
b) Bulduğunuz ortak bölenlerin en büyüğü ile 24 ün ortak bölenlerinin en büyüğünü bulunuz.
c) 12 ve 18'in ortak katlarının en küçüğünü bulunuz. Bulduğunuz sayı ile 24'ün ortak katlarının en küçüğü nedir?



46 BÖLMEDE KALANLAR

* Çözüm 6: 12 ve 18'in ortak bölenlerinin en büyüğünü bulalım.

$$\begin{array}{r|l} 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{l} 12 = 2^2.3 \\ 18 = 2.3^2 \\ \boxed{(12\,;18)\text{obeb} = 2.3 = 6\text{'dır.}} \end{array}$$

b) (12 ; 18) obeb = 6 sayısı ile 24'ün ortak bölenlerinin en büyüğünü bulalım.

$6 = 2.3$

$24 = 2^3.3$

$(6\,;24)\text{obeb} = 2.3 \rightarrow \boxed{(6\,;24)\text{obeb} = 6}$ bulunur.

c) (12 ; 18)okek = ?

$12 = 2^2.3$

$18 = 2.3^2$

$(12\,;18)\text{okek} = 2^2.3^2 = 4.9 \rightarrow \boxed{(12\,;18)\text{okek} = 36}$

$36 = 2^2.3^2$

$24 = 2^3.3$

$(36\,;24)\text{okek} = 2^3.3^2 = 8.9 \rightarrow \boxed{(36\,;24)\text{okek} = 72}$

Sonuç : 12; 18 ve 24 sayılarının ortak katlarının en küçüğü 72'dir.

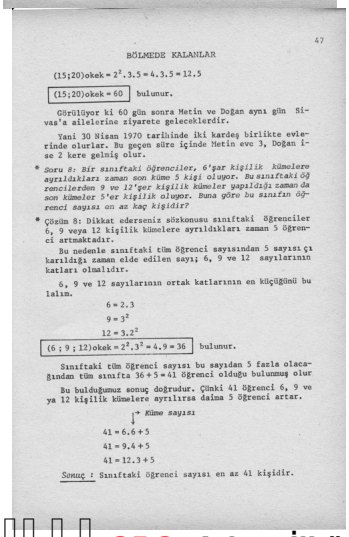
* *Soru 7: Sivas'ta bulunan bir ailenin Metin ve Doğan adlı çocukları, başka illerde çalışıyorlar. Metin her 15 ve Doğan da her 20 günde bir ailesini görmek için Sivas'a geliyorlar. 2 Mart 1971 tarihinde evde bulunan Metin ve Doğan bir daha hangi tarihte birlikte evlerinde bulunurlar?*

* Çözüm 7: Metin ve Doğan'ın 2 Mart 1971 tarihinden en az kaç gün sonra ikisinin birden evde bulunacağını hesaplayalım.

Bu problemi çözmek için 15 ve 20 sayılarının ortak katlarının en küçüğünü bulmamız gerekir.

$15 = 3.5$

$20 = 2^2.5$



47 BÖLMEDE KALANLAR

$(15;20)\text{okek} = 2^2.3.5 = 4.3.5 = 12.5$

$\boxed{(15;20)\text{okek} = 60}$ bulunur.

Görülüyor ki 60 gün sonra Metin ve Doğan aynı gün Sivas'a ailelerine ziyarete geleceklerdir.

Yani 30 Nisan 1970 tarihinde iki kardeş birlikte evlerinde olurlar. Bu geçen süre içinde Metin eve 3, Doğan ise 2 kere gelmiş olur.

* *Soru 8: Bir sınıftaki öğrenciler, 6'şar kişilik kümelere ayrıldıkları zaman son küme 5 kişi oluyor. Bu sınıftaki öğrencilerden 9 ve 12'şer kişilik kümeler yapıldığı zaman da son kümeler 5'er kişilik oluyor. Buna göre bu sınıfın öğrenci sayısı en az kaç kişidir?*

* Çözüm 8: Dikkat ederseniz sözkonusu sınıftaki öğrenciler 6, 9 veya 12 kişilik kümelere ayrıldıkları zaman 5 öğrenci artmaktadır.

Bu nedenle sınıftaki tüm öğrenci sayısından 5 sayısı çıkarıldığı zaman elde edilen sayı; 6, 9 ve 12 sayılarının katları olmalıdır.

6, 9 ve 12 sayılarının ortak katlarının en küçüğünü bulalım.

$6 = 2.3$

$9 = 3^2$

$12 = 3.2^2$

$\boxed{(6\,;9\,;12)\text{okek} = 2^2.3^2 = 4.9 = 36}$ bulunur.

Sınıftaki tüm öğrenci sayısı bu sayıdan 5 fazla olacağından tüm sınıfta $36 + 5 = 41$ öğrenci olduğu bulunmuş olur

Bu bulduğumuz sonuç doğrudur. Çünki 41 öğrenci 6, 9 veya 12 kişilik kümelere ayrılırsa daima 5 öğrenci artar.

$41 = 6.6 + 5$ (Küme sayısı)

$41 = 9.4 + 5$

$41 = 12.3 + 5$

Sonuç : Sınıftaki öğrenci sayısı en az 41 kişidir.

SBS Adayı İlköğretim(8,7veya 6.sınıf) öğrencilerine

Evinizde uygun fiyata bire-bir veya grup MATEMATİK, Geometri, AnalitikGeometri, FİZİK (SBS:Fen ve Teknoloji) derslerinin TEST Sorularını PRATİKÇözme METODUMU + öğrenemediğiniz eksik konularınızı yılların tecrübesi ile temelinizi kuvvetlendirerek kolayca öğretir sınavı kazandırırım.

Matematik veya Fizik Testleri için Pratik Test çözme yöntemleri geliştirme uzmanı

Matematik Öğretmeni KEMAL Türkeli’den
bire-bir veya grup evinizde uygun fiyata özel ders almak için; Cep tel : 0 53 6 . 511 84 00 ,
Ev tel:0212442 30 40(İstanbul), Kemal Türkeli'den ders almak için [tıklayınız]

SBS 6.sınıf Adayları ; Çarpanlar ve Asal Sayılar , Ortak bölenler, Katlar,

Kalansız Bölünebilme(2,3, 9), kuralları, EBOB, EKOK, Bölmede kalanlar,
konularını öğreten Çözümlü sorular bölümünü ücretsiz okudunuz. Site ziyaretçisi

öğrencilerden sitemi yaşatıp geliştirebilmem için PTT ile Posta Çeki

Hesabıma en az 1TL bağışta bulunmalarını bekliyorum.

Bilgi veya Diğer para yollama yöntemlerini okumak için [tıklayınız]